10. Movimiento Armónico simple (MAS)

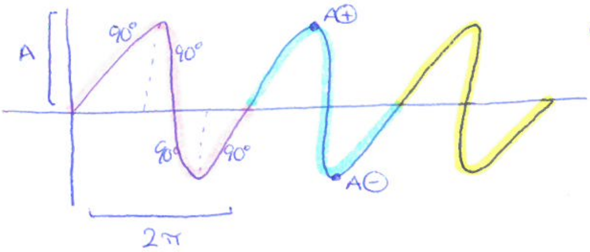
Cuerpos que se mueven de un punto a otro y vuelven al punto inicial para volver a iniciar el mismo movimiento repetidas veces.

Ejemplo MAS: muelle

Fuerza del muelle $= -k \cdot x$ (N; constante elástica N/m; elongación m)

⊖ la Fuerza se opone a la deformación.

$\omega = 2\pi \cdot f$ $\quad T = \frac{1}{f}$ $\quad \omega = \frac{2\pi}{T}$



$90° = \frac{\pi}{2}$ ondas: cada color es 1 ciclo $T = \frac{1}{f}$

frecuencia: nº veces que se repite ciclo por segundo

$f = 50 \rightarrow$ 50 ciclos en 1 segundo

A = amplitud de la onda omega $= 2\pi f$ ω = velocidad angular = frecuencia angular.

sen 1 → partícula arriba del todo

↳ movimiento armónico circular.

φ = "fi" $\quad \varphi_0 = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

pulsación (ω) o frecuencia angular (rad/s): $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ (k constante muelle, m masa) $\qquad a = -\omega^2 \cdot x$

elongación en función del tiempo

$x(t) = A \cdot sen(\omega \cdot t + \varphi_0)$ (m, m, s^{-1}, s, rad)

$v = A \cdot \omega \cdot cos(\omega t + \varphi_0)$

velocidad máxima al pasar por punto medio/equilibrio

$v_{max} = A \cdot \omega$

$a = -A \cdot \omega^2 \cdot sen(\omega t + \varphi_0)$

aceleración es máxima en extremos. $a_{max} = -A \cdot \omega^2$

1 Partícula vibra a lo largo de un segmento de 10 cm longitud tiene en el instante ($t=0$) inicial su máxima velocidad 20 cm/s. Determina constantes del movimiento (amplitud (A), fase inicial (φ_0), pulsación (ω), frecuencia (f) y periodo (T)). Calcula elongación, velocidad y aceleración en el instante $t = 1'75 \cdot \pi$ s ¿cuál es la diferencia de fase entre este instante y el inicial?

$20\ cm/s = \frac{1\ m}{100\ cm} = 0'2\ m/s$

$x(t) = A \cdot sen(\omega t + \varphi_0)$

$v(t) = A \cdot \omega \cdot cos(\omega t + \varphi_0)$

CHAMORRO XXX

Apuntes de difusión GRATUITA - www.goconqr.com/profiles/10968224

(4) Estiramos un resorte 5 cm y lo dejamos oscilar libremente resultando que completa una oscilación cada 0'2s.

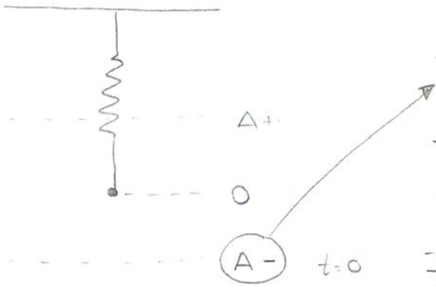
$x = A \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi_0)$ — velocidad angular

$v = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$

$a = -A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi_0)$

$f = \frac{1}{T} \quad T = \frac{1}{f}$

$\omega = 2\pi \cdot f \;//\; \omega = 2\pi \cdot \frac{1}{T} \;//\; \omega = \frac{2\pi}{0'2}$



a) Posición en función del tiempo.

$A = 0'05\,m \quad T = 0'2\,seg$

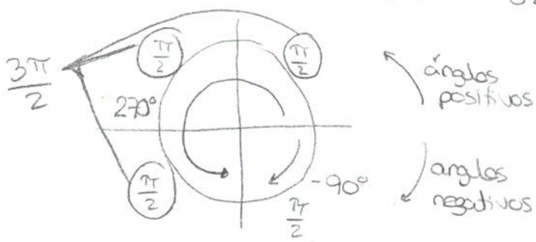
$x = 0'05 \cdot \text{sen}\left(\frac{2\pi}{0'2} \cdot t + \varphi_0\right)$

$-A = A \cdot \text{sen}\left(\frac{2\pi}{0'2} \cdot 0 + \varphi_0\right)$

$-0'05 = 0'05 \cdot \text{sen}(0 + \varphi_0)$

$-1 = \text{sen}\,\varphi_0 \rightarrow \text{arcsen}(-1) = \varphi_0 \rightarrow \varphi_0 = \underset{-90°}{-\frac{\pi}{2}} = \underset{270°}{\frac{3\pi}{2}} \quad \varphi_0 = -90°$

$\frac{-0'05}{0'05} = -1$



b) velocidad y aceleración a los 15seg de iniciado el movimiento.

$v = 0'05 \cdot \frac{2\pi}{0'2} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{0'2} \cdot 15 + \frac{3\pi}{2}\right)$

$v = 0'5\pi \cdot \cos\left(150\pi + \frac{3\pi}{2}\right)$

$v = 0'5\pi \cdot \cos\left(\frac{303}{2}\pi\right) = 0$

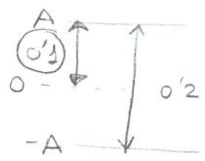
$a = -A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi_0)$

$a = -0'05 \cdot (10\pi)^2 \cdot \text{sen}\left(10\pi \cdot 15 + \frac{3\pi}{2}\right)$

$a = 49'35\ m/s^2$

(6) El pistón del cilindro de un coche tiene una carrera (distancia desde abajo hasta arriba del movimiento) de 20 cm y el motor gira a 800 rpm. Calcular velocidad máxima que alcanza.

$800\,\frac{rev}{min} \cdot \frac{1\,min}{60\,seg} \cdot \frac{2\pi\,rad}{1\,rev} = \frac{1600\pi\,rad}{60\,seg} = \boxed{\frac{80\pi}{3}\,rad/s} = \omega$



$0'2\,m \longrightarrow 0'1\,m = A \qquad v = A\omega = 0'1 \cdot \frac{80\pi}{3} = \pm\frac{8}{3}\pi\ rad/s$

(12) ¿Qué amplitud y qué periodo debe tener un mas para que la velocidad máxima sea de 30 cm/s y la aceleración máxima de 12 m/s²? Expresar la elongación de ese movimiento en función del tiempo.

$V_{max} = 0'3\,m/s$

$A_{max} = 12\,m/s^2$

$V_{max} = A \cdot \omega$

$A_{max} = -A \cdot \omega^2$

$\begin{cases} 0'3 = A \cdot \omega \rightarrow A = \frac{0'3}{\omega} \\ 12 = (-A)\,\omega^2 \rightarrow A = \frac{12}{\omega^2} \end{cases}$

+A porque multiplica por −1 del seno

$\frac{12}{\omega^2} = \frac{0'3}{\omega} \blacktriangleright 12\cancel{\omega} = 0'3\,\omega^{\cancel{2}}$

$\boxed{\omega = \frac{12}{0'3} = 40\ rad/seg}$

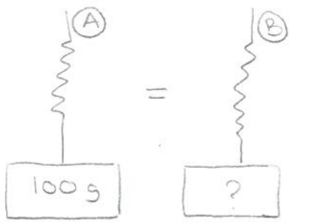
$x = A \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi_0) \rightarrow \boxed{x = 7'5 \cdot 10^{-3} \cdot \text{sen}(40 \cdot t + \varphi_0)}$

$0'3 = A \cdot 40 \;\; \boxed{A = 7'5 \cdot 10^{-3}\,m}$

CHAMORRO XXX

Apuntes de difusión GRATUITA - www.goconqr.com/profiles/10968224

(17) Tenemos dos muelles idénticos. Un objeto de 100g que cuelga de uno de los muelles oscila con un período de 1 segundo y con una amplitud de 5 cm. Queremos que el otro muelle oscile con la misma amplitud, pero con una frecuencia doble que la del muelle del que cuelga el objeto A. ¿Qué masa debemos colgar del segundo muelle?



$T = 1\,seg$ $\quad$ $2 \cdot f1 = 2\,Hz$

$A = 0'05\,m$ $\quad$ $A = 0'05$

$f = 1$

$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1} = 1$

(A) $\omega = 2\pi f \rightarrow \omega = 2\pi \cdot 1$

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow 2\pi = \sqrt{\frac{k}{100}}$

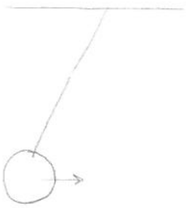
$(2\pi)^2 \cdot 100 = k \;/\; k = 3947$

(B) $\omega = 2\pi \cdot 2 = 4\pi$

$4\pi = \sqrt{\frac{3947}{m}} \Rightarrow m = \frac{3947}{(4\pi)^2}$

$\boxed{m = 25\,gramos = 0'025\,kg}$

Movimiento Pendular



Masa que pende de un hilo y que se mueve de un lado a otro por la acción de la fuerza de la gravedad. (movimiento oscilatorio periódico)

Si la amplitud es pequeña se considera MAS.

$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}}$

T = periodo (s)
L = longitud del hilo (m)
g = gravedad (m/s^2)

CHAMORRO XXX

Apuntes de difusión GRATUITA - www.goconqr.com/profiles/10968224