

9. Movimiento circular

La trayectoria es una circunferencia

La velocidad angular es el ángulo recorrido por unidad de tiempo $\frac{\text{radian}}{\text{segundo}}$

$$\text{velocidad angular} = \frac{\text{ángulo (rad)}}{\text{tiempo (s)}} \quad \omega = \frac{\theta}{t}$$

La aceleración angular es la variación ~~angular~~ de velocidad angular por tiempo

$$a = \frac{\omega}{t} \quad \frac{\text{rad/s}}{\text{s}}$$

MCU movimiento circular uniforme

$$\text{arco recorrido (m)} = \text{ángulo recorrido (rad)} \cdot \text{radio trayectoria (m)} \quad s = \theta \cdot R$$

El ángulo recorrido con velocidad angular ω en un tiempo t es:

$$\theta = \theta_0 + \omega \cdot t$$

$$\text{velocidad tangencial: } v_t = \omega \cdot R$$

La aceleración centrípeta fuerza al móvil a cambiar de dirección. Es vectorial, dirección radial, hacia el centro. \uparrow son iguales.

$$a_c = \frac{v^2}{R^2} = \omega^2 \cdot R$$

La aceleración centrífuga es la consecuencia de la inercia.

MCAU movimiento circular uniformemente acelerado

$$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2 \cdot \alpha \cdot (\theta - \theta_0)$$

relación entre aceleración tangencial y angular:

$$a_t = \alpha \cdot R$$

DATOS:

$$1 \text{ rev} = 2\pi \text{ rad}$$

$$\text{Frecuencia} = \frac{\omega}{2\pi}$$

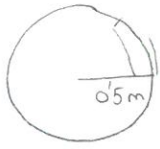
$$v = \omega \cdot R$$

$$2\pi \text{ rad} = 1 \text{ vuelta}$$

$$x \rightarrow \theta \quad x_0 \rightarrow \theta_0 \quad v_0 \rightarrow \omega_0$$

$$a \rightarrow \alpha \quad v_f \rightarrow \omega_f$$

2) Rueda de 50cm gira a 180rpm. a) Calcular módulo velocidad angular en rad/seg b) módulo velocidad lineal en un borde c) frecuencia



a) $\Delta \text{ rev} \xrightarrow{180 \text{ rev/min}} 2\pi \text{ rad}$
 $x = \frac{180 \text{ rev/min} \cdot 2\pi \text{ rad}}{\Delta \text{ seg}} = \frac{180 \cdot 2\pi \text{ rad}}{\text{min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ seg}} = 3 \cdot 2\pi \text{ rad}$
 $x = 6\pi \text{ rad/seg} = \omega$ velocidad angular

b) Velocidad lineal $(V) = \omega \cdot R$
 $V = 6\pi \text{ rad/s} \cdot 0.5 \text{ m} = 3\pi \text{ rad/s}$

c) $\omega = 2\pi f$; $f = \frac{\omega}{2\pi}$; $f = \frac{6\pi}{2\pi} = 3 \text{ Hz}$

6) Aerogenerador con aspas radio 10m gira dando 1 vuelta cada 3 segundos. a) velocidad angular (ω) b) frecuencia c) velocidad lineal aspa (v)

a) $\Delta \text{ rev} \xrightarrow{1 \text{ rev}} 3 \text{ segundos}$
 $x = \frac{1 \cdot 1 \text{ rev/seg}}{3} = 0.33 \text{ rev/s}$
 $\Delta \text{ rev} \xrightarrow{1 \text{ rev}} 2\pi \text{ rad}$
 $0.33 \text{ rev/s} \xrightarrow{x}$
 $x = \frac{\frac{1}{3} \text{ rev/s} \cdot 2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} = \frac{2\pi}{3} \text{ rad/seg} = \omega$
 d) aceleración centrípeta

b) $f = \frac{\omega}{2\pi}$; $f = \frac{2/3\pi}{2\pi} = \frac{1}{3} \text{ Hz}$

c) $V = \omega \cdot R$; $V = \frac{2\pi}{3} \text{ rad/s} \cdot 10 = \frac{20\pi}{3} \text{ m/s}$

d) $a = \omega \cdot R = \omega^2 \cdot R$
 $a = \omega^2 \cdot R \rightarrow a = \left(\frac{2\pi}{3}\right)^2 \cdot 10 = \frac{4\pi^2}{9} \cdot 10 = \frac{40\pi^2}{9} = 43.86 \text{ m/s}^2 = a$

8) Partícula en MCU de radio 10m. Su posición inicial forma ángulo de 30° con respecto a ~~posición~~ ^{dirección} positiva del eje x y su velocidad es de $3\pi \text{ m/s}$ calcula.

a) Posición y espacio recorrido en los 2seg.

$V = \omega \cdot R$
 $3\pi \text{ m/s} = \omega \cdot 10$
 $\omega = \frac{3\pi}{10} \text{ m/s}$
 $\sigma = \sigma_0 + \omega \cdot t$
 $\sigma = \frac{\pi}{6} + \frac{3\pi}{10} \cdot 2 \text{ seg} = \frac{10\pi + 36\pi}{60} = \frac{46\pi}{60} = \frac{23\pi}{30} \text{ rad}$
 $2\pi = 360^\circ$
 $\frac{23\pi}{30} \xrightarrow{x}$
 $x = \frac{23\pi}{30} \cdot \frac{360}{2\pi} = 138^\circ$
 $S = \sigma \cdot R$; $S = \frac{23\pi}{30} \cdot 10 = 24 \text{ m}$

b) tiempo dar 3 vueltas

3 vueltas = $1080^\circ = 6\pi$; $360^\circ = 2\pi$
 $\sigma = \sigma_0 + \omega \cdot t$; $6\pi = 0 + \frac{3\pi}{10} \cdot t$
 $t = 20 \text{ s}$

c) nº vueltas en 30seg.

3 vueltas — 20seg
 x — 30seg.
 $x = 4.5 \text{ vueltas}$

d) Periodo y frecuencia:

$\omega = 2\pi f$; $f = \frac{\omega}{2\pi}$; $f = \frac{3\pi}{2\pi} = \frac{3}{20} \text{ Hz}$

$f = \frac{1}{t}$; $\frac{3}{20} = \frac{1}{t}$; $t = \frac{1}{0.15} = 6.6 \text{ seg}$

$f = \frac{3}{20} \text{ Hz}$

16) Motor girando a 200 revoluciones por segundo se detiene en 40 seg. ¿cuántas vueltas gira antes de detenerse? α = aceleración en mov. circular.

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

se detiene
 $\omega = 0 = 400\pi \text{ rad} + \alpha \cdot 40$

$$2\pi \text{ rad} \text{ --- } 1 \text{ rev.}$$

$$x \text{ --- } 200 \text{ rev/seg.}$$

$$x = \frac{2\pi \text{ rad} \cdot 200 \text{ rev/seg}}{1 \text{ rev.}}$$

$$x = 2\pi \text{ rad} \cdot 200 / \text{seg} = 400\pi \text{ rad/seg.}$$

$$\alpha = -10\pi \text{ rad/s}^2$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$$

$$\theta = 0 + 400\pi \cdot 40 + \frac{1}{2} \cdot (-10\pi) \cdot 40^2$$

$$\theta = 16000\pi - 8000\pi = 8000\pi \text{ rad}$$

$$2\pi \text{ rad} \text{ --- } 1 \text{ vuelta}$$

$$8000\pi \text{ rad} \text{ --- } x$$

$$x = \frac{8000\pi \text{ rad}}{2\pi \text{ rad}} = 4000 \text{ vueltas.}$$

21) un disco que está girando a 2 vueltas/seg, frena y se detiene en 9 seg.

$$\omega_0 = 2 \text{ vueltas/seg} \cdot \frac{1 \text{ rev}}{1 \text{ vuelta}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} = 4\pi \text{ rad/seg}$$

$$t = 9 \text{ seg}$$

a) aceleración angular:

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$0 = 4\pi + \alpha \cdot 9 \rightarrow \alpha = -\frac{4\pi}{9} \text{ rad/s}^2$$

$\omega = 0$
 se detiene en 9 seg.
 aceleración angular

$$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t \text{ (velocidad)}$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \text{ (espacio)}$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2 \alpha (\theta - \theta_0) \text{ (aceleración)}$$

b) vueltas que da hasta detenerse:

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\theta = 0 + 4\pi \cdot 9 + \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{4\pi}{9}\right) \cdot 9^2$$

$$\theta = 36\pi - \frac{4\pi}{18} \cdot 81$$

$$\theta = 36\pi - \frac{324\pi}{18}$$

$$\theta = 36\pi - 18\pi$$

$$\theta = 18\pi \text{ rad}$$

$$18\pi \text{ rad} \text{ --- } x$$

$$2\pi \text{ rad} \text{ --- } 1 \text{ vuelta}$$

$$x = \frac{18\pi \text{ rad} \cdot 1 \text{ vuelta}}{2\pi \text{ rad}} = 9 \text{ vueltas}$$

c) velocidad del borde del disco para $t = 2 \text{ seg}$ si el radio es de 15 cm.

$$t = 2 \text{ seg}$$

$$r = 0'15 \text{ m}$$

$$v = \omega \cdot r$$

$$v = \frac{28\pi}{9} \cdot 0'15$$

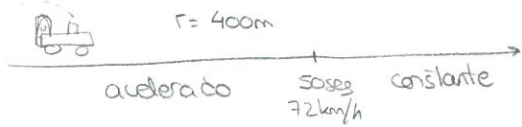
$$v = \frac{4'2\pi}{9} = 1'46 \text{ m/s}$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\omega = 4\pi + \left(-\frac{4\pi}{9}\right) \cdot 2$$

$$\omega = \frac{36\pi - 8\pi}{9} = \frac{28\pi}{9}$$

24) Un tren parte del reposo y se mueve en una vía circular de 400m. de radio con un movimiento uniformemente acelerado. A los 50s de iniciar la marcha alcanza una velocidad de 72km/h y desde ese momento conserva la velocidad.



$$72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 20 \text{ m/s}$$

A) Aceleración en primera fase:

v (velocidad lineal) = ω (velocidad angular) $\cdot R$ $\Rightarrow \omega = \frac{v}{R} = \frac{20}{400} = 0.05 \text{ rad/seg}$ (velocidad angular)

$\omega = \omega_0 + \alpha t$
 $0.05 = 0 + \alpha \cdot 50$ (aceleración angular 1ª fase)

$$\alpha = 1 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}^2$$

B) Aceleración total normal:

$a_t = \alpha \cdot R$ $\alpha = \frac{\omega}{t} = \frac{0.05}{50} = 2.5 \text{ rad/s}^2$

$$a_t = 2.5 \cdot 400 \text{ m} = 0.4 \text{ m/s}^2$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\theta = 0 + 0 \cdot 50 + \frac{1}{2} \cdot 10^{-3} \cdot 50^2$$

$$\theta = 1.25 \text{ rad}$$

C) velocidad angular media de la 1ª etapa = 0.05 rad/seg

D) Tiempo que tarda en dar 100 vueltas al circuito $t = \frac{\theta + n^\circ \text{ vueltas}}{\omega} = \frac{200\pi - 1.25}{0.05} = 12541.37 \text{ seg}$