

3. FUERZAS y PARES

La fuerza es toda causa capaz de modificar el estado de reposo o movimiento de un cuerpo o su forma.

Si aplicamos fuerza a una masa, esta sufrirá aceleración

estática

Cuerpos en equilibrio, la suma de todas las fuerzas que actúan sobre él es nula. no hay aceleración.

unidad de fuerza S.I = Newton (N) // Kilogramo-fuerza: $1 \text{ kgf} = 9.8 \text{ N} \approx 10 \text{ N}$

Newton-metro (N·m)

Momento T de una fuerza F respecto de un punto $P =$ producto vectorial entre vector posición ($\vec{p} = \vec{PO}$) por el vector fuerza.

Se usa para calcular el módulo del momento, también se puede multiplicar el módulo de la fuerza por la distancia en perpendicular desde el centro de giro a la línea de acción de la fuerza.

$$\vec{T} = \vec{p} \wedge \vec{F} \quad |\vec{T}| = |\vec{p}| \cdot |\vec{F}| \cdot \sin \sigma$$



$$|\vec{M}| = |\vec{F}| \cdot d \quad |\vec{M}| = |\vec{F}| \cdot |\vec{p}| \cdot \sin \alpha$$

$$|\vec{p}| \cdot \sin \alpha = d$$

$$1 \text{ lbf} \cdot \text{in} = 0.113 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$1 \text{ N} \cdot \text{m} = 8.85 \text{ lbf} \cdot \text{in}$$

Signo del momento

- Giro en sentido agujas del reloj \rightarrow Negativo
- Giro en sentido contrario agujas del reloj \rightarrow Positivo

El valor del momento depende de la posición relativa de vectores.

- Será máximo cuando la fuerza es perpendicular al vector $\sigma = 90^\circ$
- Será mínimo cuando la fuerza es paralelo al vector posición $\sigma = 0^\circ$

$$|\vec{u} \wedge \vec{v}| = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin \sigma$$

$\frac{0-1}{0-1}$

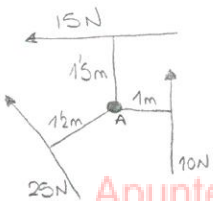
Cuanto mayor es la fuerza y más lejos del eje de punto aplicación, mayor momento T

Momento resultante Teorema Varignon

Es la suma algebraica de momentos.

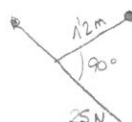
Cuando no gira

$$\sum M = 0$$



$$M_{RA} = (-25 \cdot 1.2) + (15 \cdot 1.5) + (10 \cdot 1) = 25 \text{ N} \cdot \text{m}$$

↳ giro horario ↳ giro antihorario



$$M = |\vec{F}| \cdot |\vec{p}| \cdot \sin \alpha$$

$$-25 \quad 1.2 \quad 90^\circ = 1$$

Par de Fuerzas

dos fuerzas con el mismo módulo y dirección pero distinto sentido y punto de aplicación.

$$M = F_1 \cdot d = F_2 \cdot d \quad F_1 = F_2 \quad // \quad M = F \cdot d$$

↳ distancia entre fuerzas

Ejercicios

1) Se desea dar un torque de $20 \text{ N}\cdot\text{m}$ a una tuerca con llave con mango de 20 cm . ¿con qué fuerza deberemos tirar de la llave?

$$20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m} \quad 20 \text{ N}\cdot\text{m} = |\vec{F}| \cdot 0.2 \text{ m}$$

$$|\vec{M}| = |\vec{F}| \cdot |\vec{d}| \quad |\vec{F}| = 100 \text{ N}$$

2) Par superior a $15 \text{ N}\cdot\text{m}$. Sujeto llave con ambas manos y hago 5 kg fuerza con cada mano. ¿qué separación mínima debe haber para aflojarlo?

$$1 \text{ kgf} = 9.8 \text{ N} \quad |\vec{F}| = 98 \text{ N}$$

$$10 \text{ kgf} = \times \quad |\vec{M}| = |\vec{F}| \cdot |\vec{d}|$$

$$15 \text{ N}\cdot\text{m} = 98 \cdot d \quad // \quad d = \frac{15}{98} = 0.1531 \text{ m}$$

3) Quieren sacar una rueda entre 2 personas uno hace el trabajo al revés. ¿hacia dónde va la rueda?



$210 \text{ N} > 196 \text{ N}$. Como el padre hace más fuerza, la rueda sale hacia fuera.

Ejercicios de Momentos

1) Determina el momento que produce una fuerza tangente a una rueda 7 N de 1 m de diámetro, sabiendo que el punto de aplicación es el mismo borde de dicha rueda provocando un impulso en el sentido agujas del reloj.

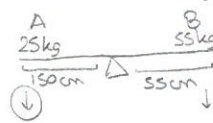


$$M = F \cdot d$$

$$M = 7 \text{ N} \cdot 0.5 \text{ m}$$

$$M = -3.5 \text{ N}\cdot\text{m}$$

2) Dos niños A y B de 25 kg y 55 kg están sentados en balancín. El primero está a 150 cm del eje, el segundo a 55 cm . ¿Cuál es el valor del momento que ejerce cada uno sobre balancín?



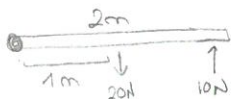
$$M = F \cdot d \quad 25 \cdot 9.8 = 245 \text{ N}$$

$$55 \cdot 9.8 = 539 \text{ N}$$

$$M_A = 245 \cdot 1.5 = 367.5 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M_B = 539 \cdot 0.55 = 296.45 \text{ N}\cdot\text{m}$$

3) Barra horizontal 2 m , articulada en su extremo izquierdo pudiendo girar sobre él. Si aplicamos fuerza vertical ^{abajo} 20 N a 1 m de la articulación ¿cómo debe ser fuerza mínima en su extremo libre para barra no gire?



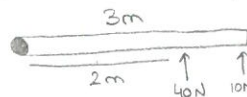
$$M = 20 \cdot 1 \text{ m} = 20 \text{ Nm}$$

$$M = F \cdot d$$

$$20 = F \cdot 2 \text{ m} \quad // \quad F = 10 \text{ N}$$

hacia arriba

4) Barra horizontal 3 m , articulada en extremo izq. si aplicamos fuerza vertical arriba de 40 N a 2 m y otra F vertical arriba de 10 N en extremo opuesto articulación ¿momento total?



$$M = 40 \cdot 2 \text{ m} = 80 \text{ Nm}$$

$$M = 10 \cdot 3 \text{ m} = 30 \text{ Nm}$$

$$\Sigma M = 80 + 30 = 110 \text{ Nm}$$

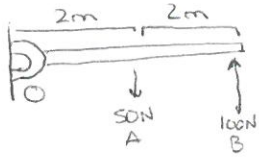
5) Calcular momento respecto al punto

O en la figura:

$$M_A = -50 \cdot 2 = -100 \text{ Nm}$$

$$M_B = 100 \cdot 4 = 400 \text{ Nm}$$

$$\Sigma M = -100 + 400 = +300 \text{ Nm}$$

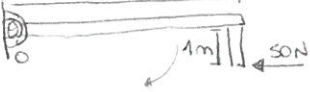


6) Calcular momento respecto al punto O.



0 Nm (no puede desplazarse)

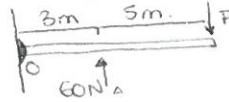
7) Calcular momento respecto punto O:



$$M = 50 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} = 200 \text{ Nm}$$

tiene a ir hacia abajo.

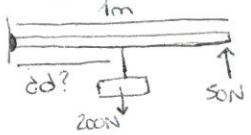
8) Hallar módulo fuerza F sabiendo que la barra no gira (respecto a punto O)



$$M_A = 60 \cdot 3 = 180 \text{ Nm}$$

$$180 = F \cdot 8 // F = 22.5 \text{ N}$$

9) Barra 1m articulada en uno de sus extremos, cuelga peso 200N. Si se ejerce fuerza 50N en el extremo libre para que esté en equilibrio, calcular a qué distancia (cm) de la articulación está el peso.

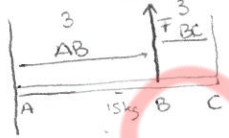


$$M = 50 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = 50 \text{ Nm}$$

$$50 \text{ Nm} = 200 \cdot d // d = 0.25 \text{ m}$$

$$d = 25 \text{ cm}$$

10) Barra longitud desconocida y peso de 15kg en su centro. Para mantenerla en equilibrio se aplica fuerza F en el punto B. La relación entre distancias es $AB/BC = 3$. Hallar valor de F tomando $g = 10 \text{ m/s}^2$

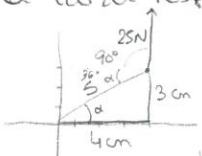


$$15 \text{ kg} = 150 \text{ N}$$

$$M = 150 \cdot 3 = 450 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$450 = F \cdot 3 // F = 150 \text{ N}$$

11) $F = 25 \text{ N}$ (paralela eje OY y dirigida en el sentido positivo de este) está aplicada en el punto A(4, 3). Coordenadas en cm. ¿qué momento produce la fuerza respecto origen coordenadas?



$$h^2 = c^2 + c^2 // h = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ cm}$$

$$\alpha = \arcsin \frac{c \text{ opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \arcsin \frac{3}{5} = 36.86^\circ$$

$$90^\circ + 36.86^\circ = 126.87^\circ$$

$$|\vec{T}| = |\vec{p}| \cdot |\vec{F}| \cdot \sin \alpha // T = 5 \text{ cm} \cdot 25 \text{ N} \cdot \sin 126^\circ$$

$$T = 100 \text{ Ncm} \rightarrow \Delta \text{ Nm}$$