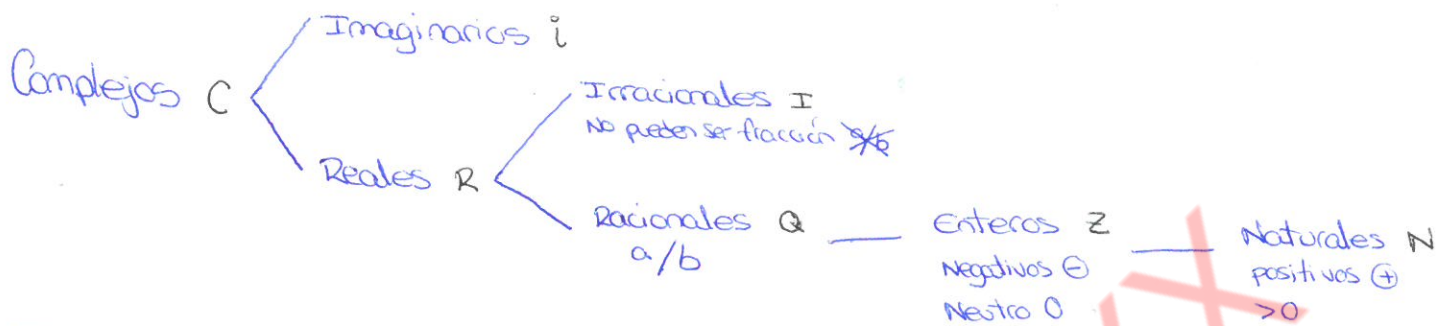


Matemáticas



Suma

Commutativa $a+b=b+a$
 Asociativa $a+(b+c)=(a+b)+c$
 Neutro $a+0=a$

Problemas resueltos pág. 4

$$\begin{array}{r} ① \quad 548 \\ + 725 \\ 192 \\ \hline 1465 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ② \quad 691 \\ 375 \\ 37 \\ \hline 1304 \\ 2167 \\ \hline 4574 \end{array}$$

Resta

NO asociativa
 NO conmutativa
 Neutro 0

minuendo: n.º del que se pretende restar determinada cantidad.
 sustraendo: cantidad que se pretende restar.
 diferencia: resultado.

Problemas resueltos pág. 7

$$\begin{array}{r} ① \quad 1465 \\ - 786 \\ \hline 679 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ② \quad 6103 \\ - 4574 \\ \hline 1529 \end{array}$$

Multiplicación

Commutativa
 Asociativa
 Distributiva $a(b+c)=a \cdot b+a \cdot c$
 Neutro 1

multiplicando, multiplicador, producto (resultado)

Problemas resueltos pág. 9

$$\begin{array}{r} ① \quad 1529 \\ \times 37 \\ \hline + 10703 \\ 4587 \\ \hline 56573 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ② \quad 129 \\ \times 3 \\ \hline 387 \end{array} \quad \begin{array}{r} 387 \\ \times 365 \\ \hline 1935 \\ 2322 \\ 1161 \\ \hline 141255 \end{array}$$

División

Dividendo = (divisor \cdot cociente) + resto
 Divisor
 Cociente
 resto

Problemas resueltos pág. 12

$$\begin{array}{r} ① \quad \overline{853} \overline{)74} \\ 113 \quad 11'52 \\ \hline 390 \\ 200 \\ \hline 52 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ② \quad \overline{8725} \overline{)56} \\ 312 \quad 155'80 \\ \hline 325 \\ 450 \\ \hline 0200 \end{array}$$

Números enteros

Conjunto formado por números naturales, los negativos y el cero.

$$+6 + (-4) = +6 - 4 = 2 \quad // \quad +6 - (-4) = +6 + 4 = +10 // \quad \begin{array}{l} + \cdot + = + \\ - \cdot - = + \\ + \cdot - = - \\ - \cdot + = - \end{array}$$

Números Fraccionarios

Numerador, Denominador.

Reducción de fracciones / Factorización: Hallar dos o más valores cuyo producto sea igual a dicho número

* Números primos: número entero solo divisible por él mismo y por la ¹unidad. (2 máx)

* un número par es divisible por 2.

* si la suma de ambos es múltiplo de 3, se puede dividir por 3.

* si acaba en 5 o 0, es divisible entre 5.

$a^b \rightarrow$ misma base se suman o restan exponentes.

Máximo Común Divisor

Número mayor que divide a esos números sin dejar resto.
Comunes elevados a la ~~máxima~~ potencia.
mínima.

* Factorizar numerador y denominador.

Problemas resueltos pág. 20

① Reducir la fracción $108/198$ factorizando en números primos y simplificando.

$$\begin{array}{r|l} 108 & 2 \\ 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 198 & 2 \\ 99 & 3 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \quad \frac{108}{198} = \frac{2^2 \cdot 3^3}{2 \cdot 3^2 \cdot 11} = \frac{2 \cdot 3}{11} = \frac{6}{11}$$

② Determinar M.C.D de $126/216$:

$$\begin{array}{r|l} 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 216 & 2 \\ 108 & 2 \\ 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l} 126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7 \\ 216 = 2^3 \cdot 3^3 \end{array}$$

MCD = $2 \cdot 3^2 = 18$

③ Hallar M.C.D de 72, 108 y 180

$$\begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 108 & 2 \\ 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Tipos de Fracciones

► Fracciones Propias: Numerador menor que denominador.

► Fracciones Impropias: Numerador mayor que denominador. Pueden ser expresadas como número mixto. (número entero seguido de fracción propia.) No lleva signo +

$$\frac{17}{3} \quad \begin{array}{r} \text{divisor} \\ \overline{) 17} \\ \underline{-15} \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \cdot 3 = 15 \\ \overline{) 17} \\ \underline{-15} \\ 2 \end{array} \quad \frac{17}{3} = 5 \frac{2}{3} \quad \left| \quad 5 \frac{2}{3} = \frac{15+2}{3} = \frac{17}{3}$$

① Convierte la fracción $\frac{24}{7}$ en un número mixto.

$$\frac{24}{7} = 3 \frac{3}{7}$$

② Convierte el número mixto $2 \frac{3}{4}$ en una fracción

$$2 \frac{3}{4} = \frac{(2 \cdot 4) + 3}{4} = \frac{11}{4}$$

* Rafa lleva 24 caramelos, Martina 18 nubes. Desean repartir dulces, misma cantidad posible y máxima cantidad a máxima cantidad amigos. ¿Cuántos reparten?

MCD

$$\begin{array}{r} 24 \mid 2 \\ 12 \mid 2 \\ 6 \mid 2 \\ 3 \mid 3 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 18 \mid 2 \\ 9 \mid 3 \\ 3 \mid 3 \\ 1 \end{array}$$

$$24 = 2^3 \cdot 3 \quad 18 = 2 \cdot 3^2$$

$$MCD(24, 18) = 2 \cdot 3 = 6$$

- Niños máx a repartir: 6 //
- $24/6 = 4$ caramelos/niño //
- $18/6 = 3$ nubes/niño //

* Andrés tiene cuerda ^A de 120 cm, otra de ^B 96 cm, quiere cortarlas de modo que trozos iguales pero mayor tamaño posible ¿Trozos y tamaño?

MCD

$$\begin{array}{r} 120 \mid 2 \\ 60 \mid 2 \\ 30 \mid 2 \\ 15 \mid 3 \\ 5 \mid 5 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 96 \mid 2 \\ 48 \mid 2 \\ 24 \mid 2 \\ 12 \mid 2 \\ 6 \mid 2 \\ 3 \mid 3 \\ 1 \end{array}$$

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

$$96 = 2^5 \cdot 3$$

$$MCD(120, 96) = 2^3 \cdot 3 = 24 \text{ cm tamaño}$$

$$\begin{array}{r} 120 \mid 24 \\ 00 \mid 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 96 \mid 24 \\ 00 \mid 4 \end{array}$$

5 trozos cuerda A y 4 cuerda B
TOTAL: 9 TROZOS //

* Tienda compra USB al por mayor, pedido extraordinario 84 memorias rojas, 196 azules y 252 verdes. Envío de memorias en cajas iguales, sin mezcla de colores, mayor n° memorias en cajas, ni USB en cada caja?

$$\begin{array}{r} 84 \mid 2 \\ 42 \mid 2 \\ 21 \mid 3 \\ 7 \mid 7 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 196 \mid 2 \\ 98 \mid 2 \\ 49 \mid 7 \\ 7 \mid 7 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 252 \mid 2 \\ 126 \mid 2 \\ 63 \mid 3 \\ 21 \mid 3 \\ 7 \mid 7 \\ 1 \end{array}$$

$$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$196 = 2^2 \cdot 7^2$$

$$252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$$

$$MCD(84, 196, 252) = 2^2 \cdot 7 = 28 \text{ USB en cada caja}$$

$$\frac{84}{28} = \frac{2^2 \cdot 3 \cdot 7}{2^2 \cdot 7} = 3 \text{ cajas rojas de 28 USB cada una}$$

$$\frac{196}{28} = \frac{2^2 \cdot 7^2}{2^2 \cdot 7} = 7 \text{ cajas azules de 28 USB cada una}$$

$$\frac{252}{28} = \frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 7}{2^2 \cdot 7} = 9 \text{ cajas verdes de 28 USB cada una}$$

$$\frac{53}{72} + \frac{17}{36} + \frac{37}{200} = \frac{1325}{1800}$$

$$\frac{209}{150} = 1 \frac{39}{150}$$

$$mcm(72, 36, 200) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 8 \cdot 9 \cdot 25 = 1800$$

Comunes y no comunes a la máxima potencia

$$\frac{1800}{72} \cdot 53 = \frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{2^3 \cdot 3^2} \cdot 53 = 25 \cdot 53 = \frac{25}{75} = 1325$$

$$\frac{1800}{26} \cdot 17 =$$

Números decimales

Los números cuyo denominador es 10, 100, 1000... se pueden poner como decimales
cada dígito es 10 veces más importante que el de su derecha (+12g, + importante).

suma: igual que siempre

multiplicación: como si fueran enteros, luego correr la coma.

división:

$$\begin{array}{r} 15'2 \\ 12 \overline{) 7'6} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 152 \\ 12 \overline{) 7'6} \\ 0 \end{array}$$

Pasar a derecha hasta que no
 haya comas en ningún lado.

$$15'76 : 3'20 \Rightarrow 1576 \overline{) 320} \\ \begin{array}{r} 2960 \\ 0800 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12'28 \\ \times 1'2 \\ \hline 2465 \\ 1228 \\ \hline 14736 \end{array}$$

Redondeo

Si es 5 o más, se aumenta cifra anterior, si es menos se sustituye por 0.

* unidades: $1 \boxed{4}' 1 \approx 14$

* decenas: $\boxed{1}4' 1 \approx 10$

* centenas: $\boxed{0}14' 1 \approx 0$

* decimas: $14' 1 \approx 14$

Cifras significativas

Aportan alguna información

- cualquier dígito distinto de cero es significativo ≥ 1
- ceros entre dos dígitos son significativos
- ceros a la izquierda no son significativos
- números > 1 , todos los 0 a la derecha de la coma son significativos.

* $253'7 \rightarrow [4]$ * $3007'2 \rightarrow [5]$ * $003'7 \rightarrow [2]$ * $27'30 \rightarrow [4]$ * $53'000 \rightarrow [5]$

notación científica: $m \times 10^e$ * $500 \rightarrow 5 \times 10^2$ * $520 \rightarrow 5'2 \times 10^2$ * $0'0004 \rightarrow 4 \times 10^{-4}$

Ejercicios

pág 26-32

① suma de fracciones / operaciones:

$$\frac{3}{7} + \frac{1}{3} = \frac{9+7}{21} = \frac{16}{21}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{2+3}{8} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{5}{16} + \frac{3}{12} = \frac{15+12}{48} = \frac{27}{48}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{7}{12} + \frac{1}{18} = \frac{6+21+2}{36} = \frac{29}{36}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} = \frac{4+6+5}{8} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$$

$$3\frac{1}{3} + 1\frac{5}{12} + 2\frac{7}{8} = \frac{10}{3} + \frac{17}{12} + \frac{23}{8} = \frac{80+34+69}{24} = \frac{183}{24} = 7\frac{15}{24} = 7\frac{5}{8}$$

$$\frac{5}{8} - \frac{1}{16} = \frac{10-1}{16} = \frac{9}{16}$$

$$2\frac{1}{3} - 3\frac{1}{2} + 5\frac{3}{4} = 4\left(\frac{4-6+9}{12}\right) = 4\frac{7}{12}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{5}{16} = \frac{4-2+5}{16} = \frac{7}{16}$$

$$34'67 \times 10 = 346'7$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{5}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{54} = \frac{5}{27}$$

$$29'78 : 1000 = 0'02978$$

$$\frac{3}{5} \times \frac{7}{10} \times \frac{30}{35} = \frac{6}{7}$$

Ejercicios pag. 36

① Redondear hasta tener un solo dígito distinto de cero. 34625'4852
 $34625'4852 \rightarrow 34625'4900 \rightarrow 34625'5000 \rightarrow 34626'0000 \rightarrow$
 $\rightarrow 34630'0000 \rightarrow 34500'0000 \rightarrow 35000'0000 \rightarrow 40000'0000$

② Expresa los números con [3] y [2] cifras sign.
 $20'746 \rightarrow [3] 20'75 \rightarrow 20'8$
 $0'0003571 \rightarrow [2] 0'000357 \rightarrow 0'00036$

③ Redondear hasta [2] cifras significativas:

$$0'04654 \approx 0'0465 \approx 0'047$$

$$2'345 \approx 2'35 \approx 2'4$$

⑤ Resuelve:

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3/2}} = 1 + \frac{1}{1 + 2/3} = 1 + \frac{1}{5/3} = 1 + \frac{3}{5} = \frac{8}{5} = 1 \frac{3}{5}$$

④ Resuelve:

$$\frac{42}{13} \cdot \frac{1 - (3/5 + 2/5) + 7/2}{1 + 2/3 \cdot 1/2 - 1/4} = \frac{7/2}{1 + \frac{2}{6} - 1/4} = \frac{7/2}{\frac{24+8-6}{24}} = \frac{7/2}{26/24} = \frac{7}{2} \cdot \frac{24}{26} = \frac{168}{52} = \frac{2^3 \cdot 3 \cdot 7}{2^2 \cdot 13} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 7}{13} = \frac{42}{13} = 3 \frac{3}{13}$$

$$\begin{array}{r|l} 168 & 2 \\ 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 52 & 2 \\ 26 & 2 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

⑥ Hallar fracción lo más reducida posible

$$0'825 = \frac{825}{1000} = \frac{3 \cdot 8 \cdot 11}{2^3 \cdot 5^3} = \frac{33}{40}$$

$$\begin{array}{r|l} 825 & 5 \\ 165 & 5 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ \hline 5^2 \cdot 3 & 11 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 1000 & 2 \\ 500 & 2 \\ 250 & 2 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ \hline 2^3 \cdot 5^3 & \end{array}$$

Nota! $100 = 2^2 \cdot 5^2$

$$100 = 2^2 \cdot 5^2$$

$$1000 = 2^3 \cdot 5^3$$

Elevado a mismo número de ceros.

Conversión fracción-decimal

- Dividir directamente los números, para sacar decimales

- Si es número decimal, dividir entre 10, 100, 1000, ...

Razón

Comparación entre 2 números como los mapas $1 : 15000$
 antecedente \rightarrow consecuente

① Flujo aire atraviesa motor de turbina 24 kg/s, el de combustible es 0'2 kg/s

Determina relación aire/combustible:

$$\begin{array}{l} 24 \text{ kg} \xrightarrow{x} \Delta s \\ 0'2 \text{ kg} \xrightarrow{x} \Delta s \end{array} \quad \frac{24 \cdot \Delta}{0'2} = \frac{24}{0'2} = \frac{240}{2} = 120 : \Delta \text{ comb/aire}$$

Proporción

Igualdad entre 2 o más razones $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ $1 : 4 = 3 : 12$

El producto de extremos es igual al de medios $1 \cdot 12 = 4 \cdot 3$

* Lo que está como exponente pasa como raíz y viceversa $x^2=8 \rightarrow x=\sqrt[2]{8}$ $\sqrt[4]{x}=3 \Rightarrow x=3^4$

Proporción directa

Ambas aumentan o disminuyen en misma proporción

- ① Avión necesita 80L. para volar 400km. ¿L para volar 540km?
- $$80 \text{ — } 400$$
- $$x \text{ — } 540 \quad x = \frac{80 \cdot 540}{400} = 108L$$
- ② Tortilla para 4 personas. 6 huevos, 600g^p patatas, 1 cebolla, 400ml^a aceite. ¿Cántas para 10 personas?
- $$6h \text{ — } 4p \quad 600g \text{ — } 4p \quad 1c \text{ — } 4p \quad 400ml \text{ — } 4p$$
- $$xh \text{ — } 10p \quad xg \text{ — } 10p \quad xc \text{ — } 10p \quad xml \text{ — } 10p$$
- $$x = \frac{6 \cdot 10}{4} = 15h. \quad x = \frac{600 \cdot 10}{4} = 1500g \quad x = \frac{1 \cdot 10}{4} = 2.5c \quad x = \frac{400 \cdot 10}{4} = 1000ml$$

Proporción inversa

Al aumentar una, la otra disminuye en misma proporción.

- ① 2 ruedas dentadas, conductora tiene 48 dientes y gira a 240rpm, la conducida tiene 16 dientes rpm? A - dientes, + velocidad (inversa).
- $$48d. \text{ — } 240rpm$$
- $$16d. \text{ — } xrpm \Rightarrow \frac{48 \cdot 240}{16} = rpm$$
- ② 12 pintores tardan 28h pintar avión, ¿cuánto tardan 16 pintores? + pintores - horas (inversa)
- $$12p \text{ — } 28h$$
- $$16p \text{ — } xh \quad h = \frac{12 \cdot 28}{16} = \frac{2^4 \cdot 3 \cdot 7}{2^4} = 21h.$$

Factorizar:

$$rpm = \frac{2^4 \cdot 3 \cdot 2^4 \cdot 3 \cdot 5}{2^4} = \frac{2^8 \cdot 3^2 \cdot 5}{2^4} = \frac{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5}{1} = 720$$

Recordatorio racionalización / raíces

$\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$ $\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$

$\frac{8}{\sqrt{5}}$ Multiplicar numerador y denominador por misma raíz. $\frac{8}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$

• suma: $\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{56} = \sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{2^3 \cdot 7} = \sqrt[3]{7} + 2 \cdot \sqrt[3]{7} = 3 \cdot \sqrt[3]{7} \parallel \sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{7} = 2 \cdot \sqrt[3]{7}$
 y resta Factorizar Se pueden sumar por mismo índice

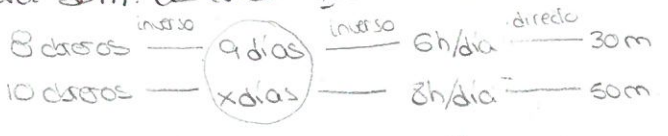
• Multiplicación: ① Igual índice: $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{20} \parallel \sqrt[4]{8} : \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{4}$
 y división

② Distinto índice: $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[2]{5} = \sqrt[6]{4^2} \cdot \sqrt[6]{5^3} = \sqrt[6]{4^2 \cdot 5^3} = \sqrt[6]{2000}$
 m.c.m índices 6:3 · índice 6:2 · índice

• Potencia: $(\sqrt[3]{5})^2 = \sqrt[3]{5^2} \parallel (\sqrt[4]{3^2})^5 = \sqrt[4]{3^{2 \cdot 5}} = \sqrt[4]{3^{10}} = 3^2 \sqrt[4]{3^2} = 9 \sqrt[4]{3^2}$

• Raíz de una raíz: $\sqrt[2]{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[6]{5} \parallel \sqrt[2]{3 \cdot \sqrt[3]{5}} = \sqrt[6]{3^3 \cdot 5} = \sqrt[6]{3^3 \cdot 5}$

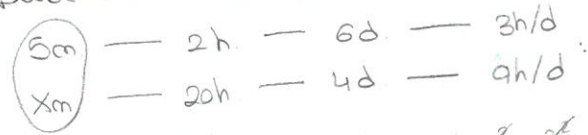
* Si 8 obreros realizan en 9 días a razón 6h/día 1 muro de 30m. ¿cuántos días necesitan 10 obreros trabajando 8h/día para 50m. de muro que falta?



$$\frac{9}{x} = \frac{10}{8} \cdot \frac{8}{6} \cdot \frac{30}{50} ; \frac{2 \cdot 5 \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3}{2^2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5^2} = \frac{5}{5} = 1$$

$9 = x \cdot 1$ $x = 9$ días

necesitan 5 motoladres para hacer 2 helicópteros en 6 días trabajando 3h/día. ¿cuántos motoladres 4 días 9h/d para hacer 20 helicópteros?



$$\frac{5}{x} = \frac{2}{20} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{9}{3} ; \frac{5}{x} = \frac{2 \cdot 2^2 \cdot 2^2}{2^2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2} ; \frac{5}{x} = \frac{1}{5}$$

$x = 25$ motoladres

⊗ 6 toneladas de combustible funcionando 4 motores durante 30h. ¿cuánto tiempo funcionando 10 motores si tenemos 3 toneladas comb.?

$$6t \xrightarrow{D} 4m \xrightarrow{I} 30h$$

$$3t \text{ --- } 10m \text{ --- } x$$

$$\frac{30}{x} = \frac{6}{3} \cdot \frac{10}{4} \quad ; \quad \frac{30}{x} = \frac{8 \cdot 2 \cdot 5}{8 \cdot 2}$$

$$x = \frac{30}{8} = 6 \quad x = 6h.$$

⊗ Se van a emplear 6450 remaches. Si se han colocado 4220 remaches, ¿qué porcentaje de remaches queda por poner?

$$6450 - 4220 = 2230$$

$$\frac{2230}{6450} = \frac{R}{100} \quad ; \quad \frac{2230 \cdot 100}{6450} = R$$

$$R = 34'57\%$$

Promedios y porcentajes

Promedio

media aritmética, suma de varias cantidades divididas por el número de ellas. es representativa de conjunto de números.

Porcentaje

Partes que se toman de cada 100. se emplea %, se puede expresar como números decimales "tanto por uno". Se puede expresar números decimales como porcentaje transformándolo en una fracción cuyo denominador es 100. $75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4} = 0'75$ $0'9 = 90\%$ $0'365 = 36'5\%$

pág. 54.

1) Aerolínea tiene 40 aviones, el 20% hacen vuelos internacionales. ¿cuántos aviones hacen v. intern.?

$$40 \cdot \frac{20}{100} = \frac{800}{100} = 8 \text{ aviones}$$

2) Avión cargado con 1200kg comb. y está al 60%. ¿Capacidad máx. de depósitos?

$$1200 \text{ kg} \text{ --- } 60\% \\ x \text{ kg} \text{ --- } 100\%$$

$$\frac{1200 \cdot 100}{60} = \frac{120000}{6} = 20000 \text{ kg}$$

Operaciones combinadas

resultado

$$\begin{array}{r} \sqrt{02000000} \\ \underline{100} \\ 400 \\ \underline{-281} \\ 11900 \\ \underline{-11296} \\ 60400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1'424 \\ \underline{24 \cdot 4 = 96} \\ 281 \cdot 1 = 281 \\ \underline{2824 \cdot 4 = 11296} \end{array}$$

- ✗ coger grupos de 2 números
- * (1) el primero buscar número que por sí mismo no supere el primer grupo (02)
- * se resta al primer grupo (1-1)
- * se baja 2 números más
- * multiplicamos x2 el resultado y se baja
- * poner otra cifra que por ella misma de más que el resto (24-4) = 96
- * subir esa cifra (4) al resultado
- * 100 - 96

Raíces

$$\begin{array}{r} \sqrt{055696} \\ \underline{-4} \\ 156 \\ \underline{-129} \\ 02796 \\ \underline{-2796} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 236 \\ \underline{43 \times 3 = 129} \\ 466 \times 6 = 2796 \end{array}$$

$$\sqrt{72675'687}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{072675'6870} \\ -4 \\ \hline 326 \\ -276 \\ \hline 5075 \\ -4761 \\ \hline 31468 \\ -26925 \\ \hline 454370 \\ -431264 \\ \hline 23106 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 269'58 \\ 46 \times 6 = 276 \\ 52 \frac{1}{2} \times 1 = 4761 \\ 538 \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 26925 \\ 5390 \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 431264 \end{array}$$

- * Se separan grupos de 2 cifras a partir de la coma hacia la izquierda y derecha.
- * Buscar n° que por si mismo se acerque a 1° grupo.
- * Ese número para abajo multiplicado por 2 y se añade el 1° número a la derecha que multiplicado por el mismo se acerque al segundo grupo.
- * Al llegar a la coma se añade al resultado y seguir operando sin tenerlo en cuenta.

$$\begin{array}{r} \sqrt{8125'50} \\ -81 \\ \hline 025 \\ -0 \\ \hline 2550 \\ -1801 \\ \hline 74900 \\ -72096 \\ \hline 2804 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 90'14 \\ 180 \times 0 = 0 \\ 180 \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 801 \\ 1802 \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 72096 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{6432'93} \\ -64 \\ \hline 032 \\ -32 \\ \hline 093 \\ -3204 \\ \hline 8900 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 80'20 \\ 160 \times 0 = 0 \\ 160 \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 3204 \\ 1604 \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 0 \end{array}$$

⊗ Operaciones Combinadas:

$$\frac{\left[\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right)^{-1} \right]^3 \cdot \left(4 - \frac{5}{2} \right)^2}{\sqrt{\frac{100}{225}}} = \frac{\left(\frac{3}{2} \right)^{-3} \cdot \left(\frac{3}{2} \right)^2}{\frac{2}{3}} = \frac{\left(\frac{3}{2} \right)^{-1}}{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} = 1 //$$

$(A^P)^Q =$ Se multiplican P $3^P \cdot 3^Q =$ misma base se suman P.

Potencias

| | | | |
|-----------------------------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------------------|-------------------------------------|
| $a^0 = 1 (a \neq 0)$ | $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ | $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ | $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ |
| $\left(\frac{a}{b} \right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ | $a^{-1} = \frac{1}{a} (a \neq 0)$ | $\left(\frac{a}{b} \right)^{-1} = \frac{b}{a}$ | $a^{-n} = \frac{1}{a^n} (a \neq 0)$ |
| $\left(\frac{a}{b} \right)^{-n} = \frac{b^n}{a^n}$ | | | |

Factores de conversión

unidades básicas y equivalencias

Longitud (metro, ^{foot-ft inch-in} pie, pulgada) $\Delta m = 2'54 \text{ cm}$ $\Delta yd = 3 \text{ ft}$ $\Delta ft = 12 \text{ in}$ $\Delta ft = 0'3 \text{ m}$ $\Delta m = 3'28 \text{ ft}$

Masa (kilogramo, ^{para-lb} libra) $\Delta lb = 0'4536 \text{ kg}$

Temperatura (grado kelvin, ^K grado Fahrenheit) $K = ^\circ C + 273$ $^{\circ}F = 1'8^{\circ}C + 32$

Tiempo (segundo) $\Delta \text{min} = 60 \text{ s}$ $\Delta \text{h} = 60 \text{ min}$ $\Delta \text{h} = 3600 \text{ s}$

Superficie (metro cuadrado, ^{ha} hectárea) $\Delta \text{ha} = 10000 \text{ m}^2$

Aceleración (metro por segundo al cuadrado, ^{m/s²} pie por segundo al cuadrado) ft/s^2

Velocidad (metro ^{m/s} por segundo, ^{ft/s} pie por segundo) $\Delta \text{m/s} = 3'6 \text{ km/h}$ $\Delta \text{km} = 1'852 \text{ km/h}$

Volumen (metro ^{m³} cúbico, ^{ft³} pie cúbico) $\Delta \text{m}^3 = 1000 \text{ l}$ $\Delta \text{l} = 1000 \text{ cm}^3 (\text{cc})$

Densidad (kilogramo ^{kg/m³} por metro cúbico)

Presión (pascal, ^{Pa} libras por ^{psi} pulgada cuadrada) $\Delta \text{atm} = 760 \text{ mmHg}$ $\Delta \text{atm} = 29'92 \text{ inHg}$

Trabajo / Energía (Julio, ^J libra-pie) $\Delta \text{cal} = 4'185 \text{ J}$ $\Delta \text{kWh} = 3600000 \text{ J}$

Fuerza (newton, ^N libra) $\Delta \text{kgf} = 9'81 \text{ N}$

Potencia (vatio, ^W horse power, ^{HP} caballo vapor) $\Delta \text{HP} = 745'7 \text{ W}$ $\Delta \text{CV} = 75 \text{ kgf} \cdot \text{m/s}$ $\Delta \text{CV} = 735'35 \text{ W}$

Múltiplo

| | | |
|-------|----|------------------|
| Tera | T | 10 ¹² |
| Giga | G | 10 ⁹ |
| Mega | M | 10 ⁶ |
| kilo | k | 10 ³ |
| hecto | h | 10 ² |
| deca | da | 10 ¹ |

Submúltiplo

| | | |
|-------|---|-------------------|
| deci | d | 10 ⁻¹ |
| centi | c | 10 ⁻² |
| milí | m | 10 ⁻³ |
| micro | μ | 10 ⁻⁶ |
| nano | n | 10 ⁻⁹ |
| pico | p | 10 ⁻¹² |

Más usadas:

- $\Delta \text{pulgada (in)} = 2'54 \text{ cm}$
- $\Delta \text{pie (ft)} = 0'3 \text{ m}$
- $\Delta \text{m} = 3'28 \text{ ft}$
- $\Delta \text{lb} = 0'45 \text{ kg}$

$$30000 \text{ ft}^m = 30000 \text{ ft} \cdot \left(\frac{1 \text{ m}}{3'28 \text{ ft}} \right) = \frac{30000}{3'28} = 9'146'34 \text{ m}$$

$$1000 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 1000 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \left(\frac{\Delta \text{h}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{\Delta \text{km}} \right) = \frac{1000 \cdot 10}{36} = 277'77 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$20000 \text{ ft}^2 \text{ m}^2 = 20000 \text{ ft} \cdot \text{ft} \cdot \left(\frac{\Delta \text{m}}{3'28 \text{ ft}} \cdot \frac{\Delta \text{m}}{3'28 \text{ ft}} \right) = \frac{20000 \cdot \text{m} \cdot \text{m}}{3'28 \cdot 3'28} = 1859'01 \text{ m}^2$$

$$150 \text{ CV} = 150 \text{ CV} \cdot \left(\frac{735'35 \text{ W}}{\Delta \text{CV}} \right) = 150 \cdot 735'35 = 110302'5 \text{ W}$$

Operaciones:

$\begin{array}{r} 28 \\ 64 \\ 32 \\ 16 \\ 8 \\ 2 \end{array} \Big| \begin{array}{r} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{array}$
 $\begin{array}{r} 2 \\ 1 \end{array} \Big| \begin{array}{r} 2 \\ 2 \end{array}$
 $\begin{array}{r} 22 \\ 9 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{array} \Big| \begin{array}{r} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \end{array}$

$$\frac{10}{50} - \sqrt{\frac{25}{3} - \frac{11}{9}} : \sqrt[3]{-\frac{8}{125}} - \sqrt[4]{\frac{256}{81}} = \frac{1}{5} - \sqrt{\frac{75}{9} - \frac{11}{9}} : \sqrt[3]{\frac{-2^3}{5^3}} - \sqrt[4]{\frac{2^8}{3^4}} =$$

$$= \frac{1}{5} - \sqrt{\frac{64}{9}} : -\frac{2}{5} - \frac{2^2}{3} = \frac{1}{5} - \frac{8}{3} : -\frac{2}{5} - \frac{4}{3} = \frac{1}{5} + \frac{40}{6} - \frac{4}{3} = \frac{6+200-40}{30} = \frac{166}{30} = \boxed{\frac{83}{15}}$$

Áreas y Volúmenes

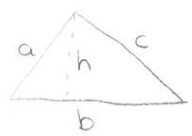
Perímetro = suma de longitud de todas las lados figura. (m)

Área = superficie dentro de un perímetro (m²)

Volumen = espacio que ocupa un objeto (m³) - (l)

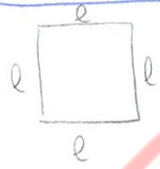
* El número π es la relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro.

Triángulo



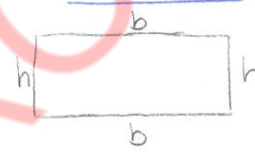
$P = a + b + c$
 $A = \frac{b \cdot h}{2}$

Cuadrado



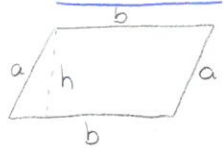
$P = 4l$
 $A = l^2$

Rectángulo



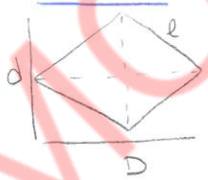
$P = 2b + 2h$
 $A = b \cdot h$

Romboide



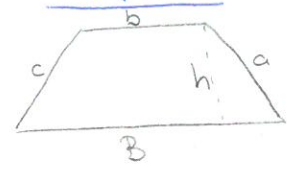
$P = 2b + 2a$
 $A = b \cdot h$

Rombo



$P = 4l$
 $A = \frac{D \cdot d}{2}$

Trapezoido



$P = a + b + c + B$
 $A = \frac{B + b}{2} \cdot h$

Polígono regular



$P = n \cdot \text{lados} \cdot l$
 $A = \frac{\text{perímetro} \cdot a}{2}$

Circunferencia/árculo



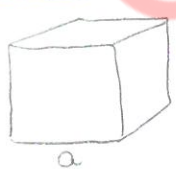
$P = 2\pi r$
 $A = \pi r^2$

Sector circular



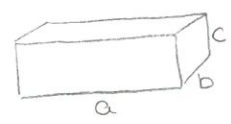
$P = 2\pi r \cdot \frac{n}{360}$
 $A = \pi r^2 \cdot \frac{n}{360}$

Cubo/Hexaedro



$A = 6 \cdot a^2$
 $V = a^3$

Paralelepípedo/ortocadro



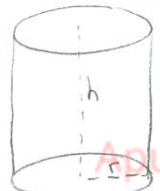
$A = 2(a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$
 $V = a \cdot b \cdot c$

Pirámide



$A = A_{\text{base}} + A_{\text{lateral}}$
 $V = \frac{1}{3} b h$

Cilindro



$A = 2\pi r (h + r)$
 $V = \pi r^2 \cdot h$

Cono



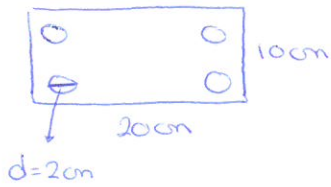
$A_{\text{total}} = \pi r^2 + \pi r g$
 $V = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$

Esfera



$A = 4\pi r^2$
 $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

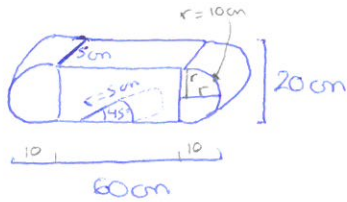
Ejercicios:



$$A_{\text{círculos}} = \pi r^2 = 3.14 \cdot 2^2 = 3.14 \cdot 4 = 12.56 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{rectángulo}} = b \cdot h = 20 \cdot 10 = 200 \text{ cm}^2$$

$$200 \text{ cm}^2 - 12.56 = 187.44 \text{ cm}^2 = 0.018744 \text{ m}^2$$



$$V_{\text{rectángulo}} = b \cdot h \cdot p = 40 \cdot 20 \cdot 5 = 4000 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{cilindro}} = \pi r^2 \cdot p = 3.14 \cdot 10^2 \cdot 5 = 1570 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{sector}} = \pi r^2 \cdot \frac{n^\circ}{360} \cdot p = 3.14 \cdot 5^2 \cdot \frac{45}{360} \cdot 5 = 49.06 \text{ cm}^3$$

$$4000 + 1570 - 49.06 = 5520.94 \text{ cm}^3$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{x} \\ \hline 10108 \\ -1 \\ \hline 008 \\ -0 \\ \hline 800 \\ -609 \\ \hline 19100 \\ -18621 \\ \hline 0479 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10'39 \\ 20 \times 0 = 0 \\ 203 \times 2 = 609 \\ 2062 \times 5 = 10310 \\ \hline 1039 \end{array}$$

a) 10'2
b) 10'44
c) 10'392

$$\textcircled{x} \left[\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{9} \right) + 13 \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \right)^2 \right] = \left[\frac{6-1}{9} + 13 \left(\frac{-1}{3} \right)^2 \right] = \frac{5}{9} + 13 \cdot \frac{1}{9} = \frac{5+13}{9} = \frac{18}{9} = 2$$

\textcircled{x} 8 técnicas trabajan 6h/d durante 5 días a la semana, mantiene 10 aviones. 6h/día trabajar 6 técnicas que trabajen 6 días/semana para mantener 12 aviones.

$$8t \frac{h}{d} \frac{6h}{d} \frac{5 \text{ días/sem}}{10 \text{ aviones}}$$

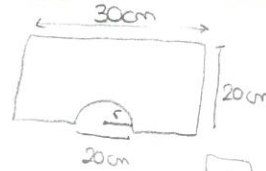
$$6t \frac{h}{d} \frac{6h}{d} \frac{6 \text{ días/sem}}{12 \text{ aviones}}$$

$$\frac{6}{x} = \frac{6}{8} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{10}{12} \cdot \frac{6}{x} = \frac{360}{480}$$

$$x = \frac{6 \cdot 480}{360} = \frac{2880}{360} = 8 \text{ h/d}$$

\textcircled{x} Chapa rectangular de 30m largo y 20m ancho

con agujero semicircular de 200mm diámetro



¿superficie? en cm

$$\text{superficie } \square = b \cdot h = 30 \cdot 20 = 600 \text{ cm}^2$$

$$\text{superficie } \circ = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{3.14 \cdot 10^2}{2} = \frac{314}{2} = 157 \text{ cm}^2$$

$$600 - 157 = 443 \text{ cm}^2$$

\textcircled{x} pasar a pulgadas. 1 in = 2.54 cm

$$443 \text{ cm}^2 = \frac{1 \text{ in}}{2.54 \text{ cm}} \cdot \frac{1 \text{ in}}{2.54 \text{ cm}} = \frac{443}{2.54^2} \text{ in}^2 = 68.66 \text{ in}^2$$

Álgebra

Operaciones aritméticas usando números, letras y signos, con incógnitas.

Expresión algebraica = fórmulas = ecuaciones

A01 Avión recorre 600 km en 2 horas. ¿velocidad media?

$$\text{Superficie} = v \cdot t \quad ; \quad \frac{s}{t} = v \quad ; \quad v = \frac{600}{2} = 300 \text{ km/h}$$

A02 Avión vuela a 400 km/h, ¿tiempo para recorrer 600 km?

$$\begin{array}{l} 400 \text{ km} \text{ --- } 1 \text{ h} \\ 600 \text{ km} \text{ --- } x \end{array} \quad 400x = 600 \quad ; \quad x = \frac{600}{400} = 1.5 \text{ h.}$$

A03 Sacar factor común:

a) $2ab + ax - 5pa = a(2b + x - 5p)$

b) $2xy + x^2 =$

c) $4y + 5y - xy = y(4 + 5 - x) = y(-x + 9)$

d) $p - 3p + 5p = 3p \quad // \quad p(1 - 3 + 5) = p(3)$

* Multiplicaciones por Δ o $-\Delta$ no se representan los números " Δ ".

* Parentesis entre un número podrá ponerse como parentesis por una fracción. $\frac{(y+1)}{2} = (y+1) \cdot \frac{1}{2}$

* Parentesis por otro parentesis se multiplica cada elemento del 1º por cada del 2º

A07 Despejar incógnita

a) (x): $y = \frac{2}{3+x} \quad y(3+x) = 2 \quad ; \quad 3+x = \frac{2}{y} \quad ; \quad x = \frac{2}{y} - 3 \quad // \quad x = \frac{2-3y}{y}$

d) (x): $y = (y-x)(y+5) \quad \frac{y}{y+5} = y-x \quad ; \quad x = y - \frac{y}{y+5} \quad ; \quad x = y - \frac{1}{5}$

A09 Despejar x

b) $\frac{4}{x-5} = \frac{1}{x+2} \quad 4 \cdot (x+2) = 1 \cdot (x-5) \quad ; \quad 4x+8 = x-5 \quad ; \quad 3x = -13 \quad ; \quad x = \frac{-13}{3}$

Problemas con ecuaciones 1º Grado

① Una madre tiene 35 años y su hijo 5. ¿Cuántos años deben pasar hasta que la madre tenga el triple de edad de su hijo?

$$35 + x = 3(5 + x) \quad ; \quad 35 + x = 15 + 3x \quad ; \quad \frac{35-15}{2} = x \quad ; \quad x = 5 \text{ años}$$

② Si al doble de un número se le resta su mitad el resultado es 12, ¿número?

$$2x - \frac{1}{2}x = 12 \quad ; \quad 1.5x = 12 \quad ; \quad x = \frac{12}{1.5} = 8 //$$

③ Compañía aérea tiene el doble de aviones Boeing que de Bombardier, y el triple de aviones Airbus que de Boeing y Bombardier juntos. Si el número total de aviones es 96, ¿cuántos aviones de cada tipo tiene?

$$2x + 3 \cdot (2x + x) = 96 \quad ; \quad 2x + 6x + 3x = 96 \quad ; \quad 11x = 96 \quad ; \quad x = \frac{96}{11} = 8 \text{ aviones Bombardier}$$

$$2 \cdot 8 = 16 \text{ aviones Boeing} \quad 3 \cdot (16 + 8) = 72 \text{ aviones Airbus}$$

4) La suma de 3 números consecutivos es igual a 84. ¿cuales son los números?

$$x + (x+1) + (x+2) = 84 \quad ; \quad 3x = 84 - 3 \quad ; \quad x = \frac{81}{3} = 27 \quad \quad 27, 28, 29$$

5) Valla perimetral de aeródromo tiene longitud 4500m. Si el recinto tiene forma rectangular y el largo es 8 veces mayor que el ancho. ¿Dimensiones?



$$2b + 2h = 4500 \quad \quad b = 8h \quad ; \quad b = 8 \cdot 250 = 2000 \text{ m}$$

$$2 \cdot (8h) + 2h = 4500 \quad ; \quad 16h + 2h = 4500 \quad ; \quad h = \frac{4500}{18} = 250 \text{ m}$$

6) Un poste tiene enterrado $\frac{1}{5}$ parte de su longitud. Si la parte exterior que se alza tiene 4m ¿longitud total poste?

$$\frac{1}{5}x + 4 = x \quad ; \quad \frac{x}{5} - x = -4 \quad ; \quad \frac{x - 5x}{5} = -4 \quad ; \quad -4x = -20 \quad ; \quad x = 5 \text{ m}$$

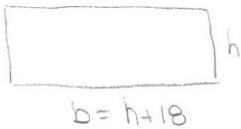
* La tercera parte de un número es 45 unidades ^{menor} ~~mayor~~ que su doble. ¿número?

$$\frac{1}{3}x = 2x - 45 \quad ; \quad x = (2x - 45) \cdot 3 \quad ; \quad x = 6x - 135 \quad ; \quad \frac{135}{5} = x \quad ; \quad x = 27$$

* Que edad tiene Rosa sabiendo que en 56 años tendrá el quintuplo de su edad actual

$$x + 56 = 5x \quad ; \quad 56 = 4x \quad ; \quad x = 14 \text{ años}$$

* En rectángulo la base mide 18cm más que la altura, perímetro mide 76cm ¿Dimensiones?



$$2b + 2h = 76 \quad ; \quad 2b + 2 \cdot 10 = 76 \quad ; \quad 2b = 56 \quad ; \quad b = 28$$

$$2(h+18) + 2h = 76 \quad ; \quad 2h + 36 + 2h = 76 \quad ; \quad 4h = 40 \quad ; \quad h = 10$$

Identidades notables

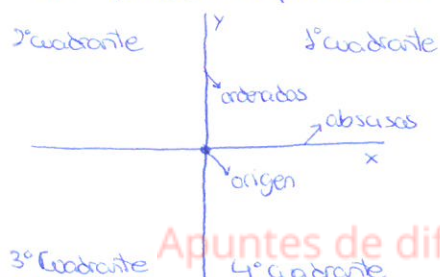
$$(a+b)^2 = (a+b) \cdot (a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$(a-b)^2 = (a-b) \cdot (a-b) = a^2 + b^2 - 2ab$$

$$a^2 - b^2 = (a+b) \cdot (a-b) \quad a^2 - ba + ba - b^2$$

Ecuaciones lineales 2 incógnitas

Se pueden representar gráficamente en un plano cartesiano, línea recta.



Pendiente: inclinación respecto a horizontal

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$y = mx + n \quad \text{recta explícita}$$

ordenada en el origen: valor de y cuando x=0 (nula)

Rectas paralelas: misma inclinación, misma pendiente.

$$y = mx + n \quad \text{paralela a} \quad y = \underbrace{mx}_{\text{igual}} + \underbrace{n'}_{\text{diferente } n}$$

Rectas perpendiculares: producto sus pendientes es -1

$$\boxed{m \cdot m' = -1} \quad m' = -\frac{1}{m}$$

⊛ Recta pasa por punto $P_1(-3, 2)$ $P_2(2, -1)$ determinar ecuación recta explícita: $y = mx + n$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 2}{2 - (-3)} = \frac{-3}{5}$$

$$\boxed{y = -\frac{3}{5}x + \frac{1}{5}}$$

$$y = -\frac{3}{5}x + n \quad \text{Para } (2, -1) \quad -1 = -\frac{3}{5} \cdot 2 + n; n = -1 + \frac{6}{5}; n = \frac{1}{5}$$

⊛ Ecuación explícita de pendiente $= -3$ pasa por $P(2, -1)$

$$y = -3x + n \quad -1 = -3 \cdot 2 + n; n = 5$$

$$\boxed{y = -3x + 5}$$

⊛ Determinar recta paralela a $y = 4x - 2$ que pasa por punto $(1, 3)$

$$y = mx + n \quad m = 4 \quad n = -2$$

pendiente ordenada
origen

$$3 = 4 \cdot 1 + n$$

$$n = -1 \rightarrow \boxed{y = 4x - 1}$$

* sustituir valores del punto en la ecuación de recta dejando la incógnita (n). Da resultado recta con nuevo valor del(n)

$$\begin{array}{l} y = 4x - 2 \\ y = 4x - 1 \end{array}$$

⊛ Determinar recta perpendicular a recta $y = 3x + 2$ que pasa por origen $(0, 0)$

$$m \cdot m' = -1 \quad 3 \cdot m' = -1; m' = -\frac{1}{3}$$

$$y = -\frac{1}{3}x + n \quad 0 = -\frac{1}{3} \cdot 0 + n \quad n = 0 \Rightarrow \boxed{y = -\frac{1}{3}x}$$

Sistema ecuaciones lineales

Punto de intersección

$$x + 3y = 11$$

$$2x + y = 7$$

Sustitución:

$$x = 11 - 3y \rightarrow x = 11 - 3 \cdot 3 = 2$$

$$2 \cdot (11 - 3y) + y = 7$$

$$22 - 6y + y = 7$$

$$y = \frac{15}{5} = 3$$

$$\boxed{x = 2}$$

$$\boxed{y = 3}$$

Igualación:

$$x = 11 - 3y$$

$$x = \frac{7 - y}{2} \Rightarrow \frac{7 - 3}{2} = 2$$

$$11 - 3y = \frac{7 - y}{2}$$

$$22 - 6y = 7 - y$$

$$\boxed{y = 3} \quad \boxed{x = 2}$$

Reducción:

$$-2(x + 3y = 11) \quad -2x - 6y = -22$$

$$\left(\begin{array}{l} 2x + y = 7 \\ -2x - 6y = -22 \end{array} \right) \quad \underline{2x + y = 7}$$

$$x + 3y = 11 \quad -5y = -15$$

$$x + 3 \cdot 3 = 11$$

$$\boxed{x = 2}$$

$$\boxed{y = 3}$$

A27 Distancia entre Sol y tierra es $149.597.870'07$, ponerlo en notación científica.
 $1'5 \cdot 10^8$ (no cuentan decimales) número mayor que 1 y menor que 10

⊗ $0'0000024 \quad 2'4 \cdot 10^{-6}$

⊗ $1'5 \cdot 10^5 + 6'2 \cdot 10^3 = 1'5 \cdot 10^5 + 0'062 \cdot 10^5 = 1'562 \cdot 10^5$
 $\hookrightarrow 10^3 \cdot (1'5 \cdot 10^2 + 6'2) = 156'2 \cdot 10^3 = 1'562 \cdot 10^5$

⊗ $2'4 \cdot 10^5 \cdot 5'7 \cdot 10^3 = 0'024 \cdot 10^7 \cdot 5'7 \cdot 10^3 = 1'368 \cdot 10^{13}$

$$\begin{array}{r} 0'024 \\ \times 5'7 \\ \hline 0'168 \\ 0'120 \\ \hline 0'1368 \end{array} \quad 0'1368 \rightarrow 1'368$$

Ecuación de segundo grado

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

A32 $x^2 - 3x + 2 = 2x - 4$

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \quad , \quad x = \frac{+5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 1}{2} \quad \begin{array}{l} 25 - 24 = 1 \\ \frac{5+1}{2} = 3 \\ \frac{5-1}{2} = 2 \end{array}$$

$$x^2 + 2x = 2x^2$$

$$-x^2 + 2x = 0 \quad ; \quad x(-x + 2) \quad \begin{array}{l} x = 0 \\ x = \frac{-2}{-1} = 2 \end{array}$$

$$2x^2 - 18 = 0$$

$$x = \sqrt{\frac{18}{2}} \quad ; \quad x = 3$$

Logaritmos

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4 = 81 \rightarrow \log_3 81 = 4$$

A qué tenemos que elevar 3 para que nos de 81

- El logaritmo de 0 no existe
- El logaritmo de números negativos no existe
- El logaritmo de 1 es 0, independiente de la base

Propiedades

$$* \log_a (n \cdot m) = \log_a n + \log_a m$$

$$* \log_a (m^n) = n \cdot \log_a m$$

$$* \log_a \left(\frac{n}{m}\right) = \log_a n - \log_a m$$

$$* \log_a (\sqrt[n]{m}) = \log_a (m^{1/n}) = \frac{1}{n} \cdot \log_a m$$

$$\log_2 32 = 5$$

$$\log_5 625 = 4$$

$$\log_{10} 10000 = 4$$

$$\log_{321} 1 = 0$$

¡Examen!

$$\log_{1/2} 0.25 = x$$

$$\log_{1/2} 1/4 = 2$$

$$\log_2 32 = x \quad \log_2 32 = 5$$

$$\log_a 1/3 = x \quad \log_a 1/3 = -1/2$$

$$\log 0.001 = -3$$

$$\log_{15}^{5^{1/2}} 125 = 6$$

$$5^{x/2} = 5^3, \quad x/2 = 3, \quad x = 6$$

$$(3^2)^x = 1/3, \quad 3^{2x} = 3^{-1}$$

$$2x = -1, \quad x = -1/2$$

$$\ln \frac{1}{e^5} = -5$$

e invisible por eso negativo $e^x = \frac{1}{e^5}, e^x = e^{-5}$

$$\log_x 81 = -4 \quad x = \pm 1/3$$

$$x^{-4} = 81, \quad 1/x^4 = 81, \quad x^4 = \frac{1}{81}, \quad x = \sqrt[4]{\frac{1}{81}} = \pm \frac{1}{3}$$

$$\log 2 = 0.301 \quad // \text{ Calcula } \log 0.02 = x$$

$$\log 2 = 0.301$$

$$\log 0.02 = x$$

$$\log 2 \cdot 10^{-2}$$

$$\log 2 = 0.301$$

$$\log \frac{2}{100} = x$$

$$x = -1.699$$

$$\log 2 - \log 100 = x, \quad 0.301 - 2 = x$$

$$\log \sqrt[4]{8} = x$$

$$\log \sqrt[4]{2^3} = \log 2^{3/4} = \frac{3}{4} \log 2 = \frac{3}{4} \cdot 0.301$$

$$\log 2 + \log \frac{1}{10^2} = \log 2 + \log 1 - \log 10^2 = 0.301 + 0 - \frac{\log 100}{2} = -1.699$$

$$\log 0.0625 = \log \frac{625}{10000} = \log \frac{5^4}{2^4 \cdot 5^4} = \log \frac{1}{2^4} = \log 1 - \log 2^4 = 0 - 4 \log 2$$

$$\log x + \log y = 3$$

$$\log x - \log y = 1$$

$$2 \log x = 4, \quad \log x = 2$$

$$x = 100$$

$$\log_x (y-18) = 2 \quad \left\{ \begin{array}{l} x^2 = (y-18) \\ y^{1/2} = (x+3) \end{array} \right.$$

$$\log_y (x+3) = \frac{1}{2} \quad \left\{ \begin{array}{l} x^2 = (y-18) \\ y^{1/2} = (x+3) \end{array} \right. \Rightarrow \sqrt[2]{y} = x+3 \Rightarrow y = (x+3)^2$$

$$y = x^2 + 6x + 9 \rightarrow x^2 = x^2 + 6x + 9 - 18 \rightarrow 6x - 9 = 0 \rightarrow x = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 = (y-18) \rightarrow \frac{9}{4} = y-18 \rightarrow y = \frac{9+72}{4} = \frac{81}{4}$$

$$\boxed{y = \frac{81}{4}, x = \frac{3}{2}}$$

Números Binarios

Octal = 0-7

Binario = 0-1

Decimal = 0-9

Hexadecimal = 0-9 ABCDEF

sistema en base 10. $\rightarrow 273 = 2 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 3 \cdot 1$
 $2 \cdot 10^2 \quad 7 \cdot 10^1 \quad 3 \cdot 10^0$

sistema binario se define por potencias de 2. "base 2".

$1001 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 9$

- De decimal a cualquier sistema = se divide entre nº del sistema, se cogen restos
- De cualquier sistema a decimal = tabla con número del sistema elevado a infinito, luego se suman resultados
- De otros sistemas = tabla 2 elevado al resultado máximo del sistema al que vamos a pasar.

⊗ Pasar a todos los sistemas 182 en base 10 "182₁₀"

0-1
- Binario: 10110110₂

| | | | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 182 | 91 | 45 | 22 | 11 | 5 | 2 | 1 | 0 |
| 182 | 91 | 45 | 22 | 11 | 5 | 2 | 1 | 0 |
| 00 | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ |
| | 7° | 6° | 5° | 4° | 3° | 2° | 1° | 0° |

0-9
- Decimal: 182₁₀

| | | | | | | | |
|-------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 2 ⁷ | 2 ⁶ | 2 ⁵ | 2 ⁴ | 2 ³ | 2 ² | 2 ¹ | 2 ⁰ |
| ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ |
| 128 | 0 | 32 | 16 | 0 | 4 | 2 | 0 |
| $128 + 32 + 16 + 4 + 2 = 182$ | | | | | | | |

0-7
- Octal: 266₈

| | | | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|---|---|---|---|
| 182 | 91 | 45 | 22 | 11 | 5 | 2 | 1 | 0 |
| 182 | 91 | 45 | 22 | 11 | 5 | 2 | 1 | 0 |
| 00 | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ |
| | 3° | 2° | 1° | 0° | | | | |

⊕ De Binario a octal = 266₈

| | | | | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 2 ¹ | 2 ⁰ | 2 ² | 2 ¹ | 2 ⁰ | 2 ² | 2 ¹ | 2 ⁰ |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 2 | 0 | 4 | 2 | 0 | 4 | 2 | 0 |
| 2 | | 6 | | 6 | | | |

De 3 en 3

0-9 ABCDEF
- Hexadecimal: B6₁₆

| | | | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|---|---|---|---|
| 182 | 91 | 45 | 22 | 11 | 5 | 2 | 1 | 0 |
| 182 | 91 | 45 | 22 | 11 | 5 | 2 | 1 | 0 |
| 00 | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ | ↓ |
| | 2° | 1° | | | | | | |

⊕ De Binario a Hexadecimal = B6₁₆

| | | | | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 2 ³ | 2 ² | 2 ¹ | 2 ⁰ | 2 ³ | 2 ² | 2 ¹ | 2 ⁰ |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 8 | 0 | 2 | 1 | 0 | 4 | 2 | 0 |
| 11 = B | | | | 6 | | | |

De 4 en 4

⊕ De octal a decimal = 182₁₀

| | | |
|----------------|----------------|----------------|
| 8 ² | 8 ¹ | 8 ⁰ |
| 2 | 6 | 6 |
| 128 | 48 | 6 |

$128 + 48 + 6 = 182_{10}$

⊕ De Hexadecimal a decimal = 182₁₀

| | |
|-----------------|-----------------|
| 16 ¹ | 16 ⁰ |
| B | 6 |
| 16 · 11 | 6 |

$176 + 6 = 182$

Geometría

Propiedades en el plano o espacio

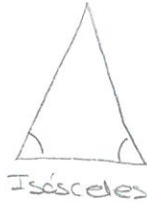
Triángulo

en función de lados:



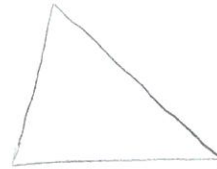
3 lados iguales

Equilátero



2 lados iguales

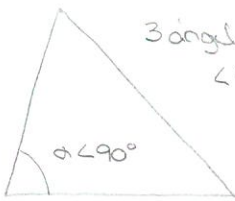
Isósceles



3 lados diferentes

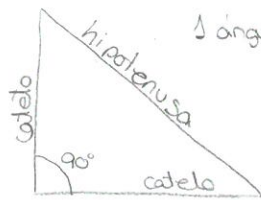
Escaleno

En función de sus ángulos:



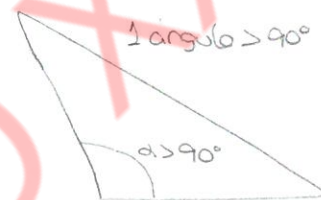
3 ángulos agudos < 90°

Acutángulo



1 ángulo recto

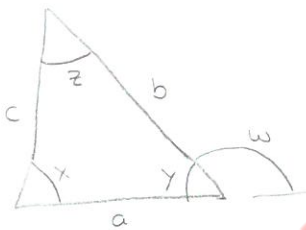
Rectángulo



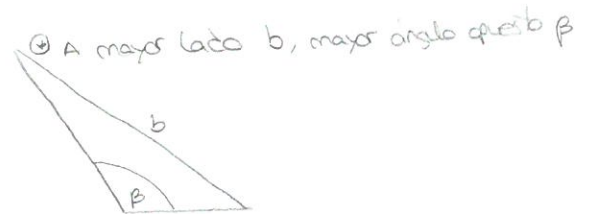
1 ángulo > 90°

Obtusángulo

Propiedades:

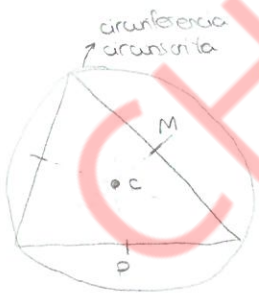


- ⊗ $a < b + c$ $a > b - c$
- ⊗ $x + y + z = 180^\circ$
- ⊗ $w = x + z = 180 - y$



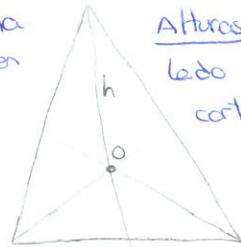
⊗ A mayor lado b, mayor ángulo opuesto β

Líneas notables:

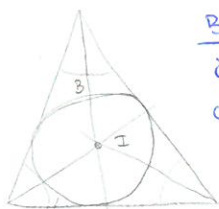


circunferencia circunscrita

Mediatriz: recta perpendicular que corta en su punto medio. Todas se cortan en el circuncentro (c). Centro de la circunferencia circunscrita

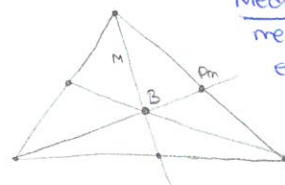


Alturas: rectas perpendiculares a cada lado pasando por vértice opuesto. Se cortan en el ortocentro.



circunferencia inscrita

Bisectriz: divide un ángulo en 2 partes iguales. Incentro es el centro de la circunferencia inscrita.

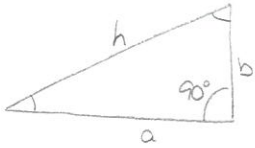


Mediana: recta entre vértice y punto medio del lado opuesto. El baricentro es el centro de gravedad.

⊗ Baricentro, circuncentro y ortocentro están alineados en recta de Euler

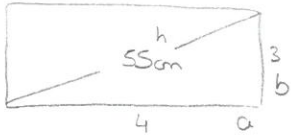
Teorema de Pitágoras.

La suma de las longitudes al cuadrado de los catetos es igual a la longitud de la hipotenusa al cuadrado. (triángulos rectángulos).



$$h^2 = a^2 + b^2$$

* Televisor de 55cm diagonal, relación aspecto $\frac{4}{3}$. ¿medidas TV?



$$\frac{a}{b} = \frac{4}{3} \quad ; \quad 3a = 4b \quad ; \quad a = \frac{4b}{3} \rightarrow a = \frac{4 \cdot 33}{3} = 44 \text{ cm}$$

$$h^2 = a^2 + b^2 \quad ; \quad 55^2 = \left(\frac{4b}{3}\right)^2 + b^2 \quad ; \quad 55^2 = \frac{16b^2}{9} + b^2 \quad ; \quad \sqrt{55^2} = \sqrt{\frac{25b^2}{9}} \quad ; \quad 55 = \frac{5b}{3} \quad ;$$

$$b = \frac{55 \cdot 3}{5} = 33 \text{ cm}$$

Representación Gráfica

La gráfica más elemental relaciona 2 variables pero puede haber más.

Representación de funciones:

una función matemática $f(x)$ corresponde a 2 conjuntos de números.

$$y = x^2 \rightarrow f(x) = x^2 \quad \text{"el resultado obtenido depende del valor de x"}$$

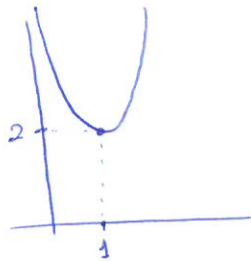
Se pueden representar en un plano cartesiano. 2º grado (funciones cuadráticas)

$$f(x) = \log_2 x \quad \text{logarítmica} \quad f(x) = 2^x \quad \text{exponencial}$$

si sumamos número directamente a la x mueves gráfica a la izquierda, si lo restamos, se mueve a la derecha.

si sumamos un número a la función desplazamos hacia arriba, si restamos la desplazamos hacia abajo.

(*)



En la figura muestra función cuadrática, ¿cuál es?

$$f(x) = (x - 1)^2 + 2$$

Desplazado a la derecha x Desplazado arriba y

Trigonometría

estudia la relación entre ángulos y lados

Ángulos

- * Grado sexagesimal: dividimos la circunferencia en 360 partes iguales, cada grado (1°) tiene 60 minutos y a su vez un minuto tiene 60 segundos.
- * Radián: ángulo cuyo arco es igual al radio, una circunferencia tiene 2π radianes.

Clasificación de ángulos: (en función de ángulo)

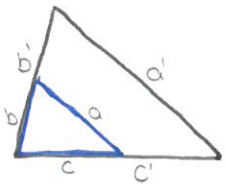
- Agudo: $< 90^\circ$
- Recto: 90°
- Obtuso: $> 90^\circ$
- Cóncavo $< 180^\circ$
- Llano: 180°
- Cóncavo: $> 180^\circ$
- Nulo: 0°
- Completo: 360°
- Negativo: $< 0^\circ$
- $> 360^\circ$

(en función de suma):

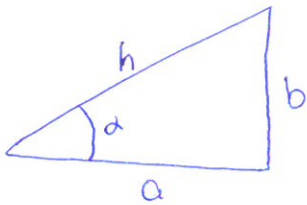
- Complementarios: 90°
- Suplementarios: 180°
- Consecutivos: lado y vértice común
- Adyacentes: ángulos consecutivos, lados no comunes forma ángulo llano 180°
- Opuestos por vértice: vértice común, lados de uno son prolongación del otro.

Funciones trigonométricas:

Triángulos semejantes: ángulos iguales y lados proporcionales.



$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$



$$h^2 = a^2 + b^2$$

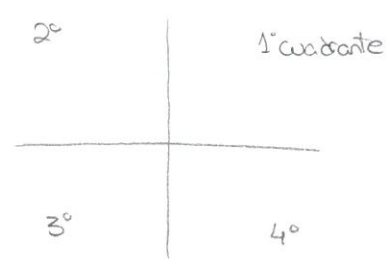
$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

$\cos \alpha = \frac{a}{h}$ $\xrightarrow{\text{inversa}}$ $\sec \alpha = \frac{h}{a} = \frac{1}{\cos \alpha}$
 $\sin \alpha = \frac{b}{h}$ $\xrightarrow{\text{inv.}}$ $\csc \alpha = \frac{h}{b} = \frac{1}{\sin \alpha}$
 $\tan \alpha = \frac{b}{a} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ $\xrightarrow{\text{inv.}}$ $\cot \alpha = \frac{a}{b} = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

G05 Simplifica al máximo:

$$\frac{\sin^2 \alpha \cdot \sec \alpha}{\tan \alpha \cdot \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha \cdot \cancel{\sin \alpha} \cdot \cancel{\sec \alpha} \cdot \sec \alpha}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \cos \alpha \cdot \cancel{\cos \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$$

- 1º cuadrante \rightarrow cos + sen + tan +
- 2º cuadrante \rightarrow cos - sen + tan -
- 3º cuadrante \rightarrow cos - sen - tan +
- 4º cuadrante \rightarrow cos + sen - tan -



Ángulos principales (1º cuadrante)

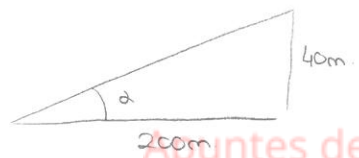
| α | sen α | cos α | tan α |
|----------|----------------------|----------------------|-----------------------|
| 0° | 0 | 1 | 0 |
| 30° | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ |
| 45° | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 1 |
| 60° | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\sqrt{3}$ |
| 90° | 1 | 0 | $\rightarrow +\infty$ |

200

G08 Avión desciende 40m. por cada 200m. que avanza. Determina α descenso.

$$h^2 = a^2 + b^2 ; h = \sqrt{200^2 + 40^2} ; h = 200 + 40 = 240$$

$$\cos \alpha = \frac{200}{240} =$$



CHAMORRO XXXX