UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS
CÂMPUS ANÁPOLIS DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AGRÍCOLA

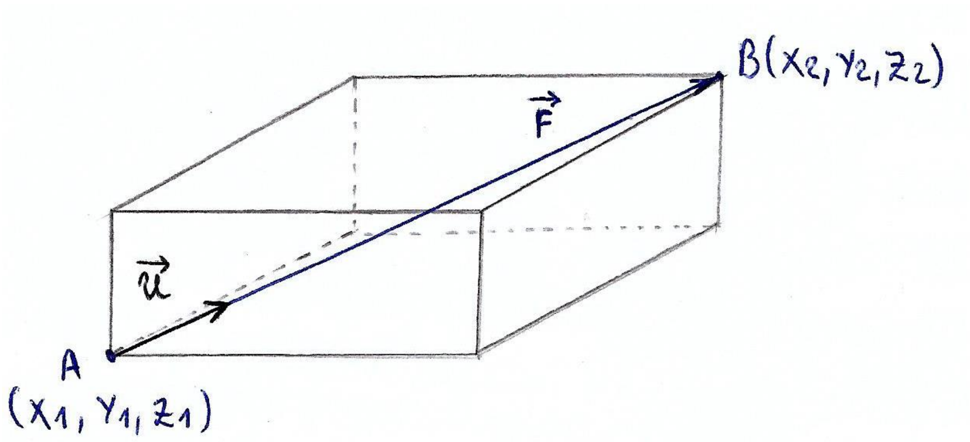
Capítulo 02:
Estática dos Pontos Materiais

Prof. Ródney Couto, Msc.
rodneycouto@agricola.eng.br

Estática dos Pontos Materiais

Força Definida por seu Módulo e Dois Pontos de sua Linha de Ação

Em muitas aplicações, a direção de uma força $\vec{F}$ é definida pelas coordenadas de dois pontos, A (x_1, y_1, z_1) e B (x_2, y_2, z_2), localizadas sobre sua linha de ação.



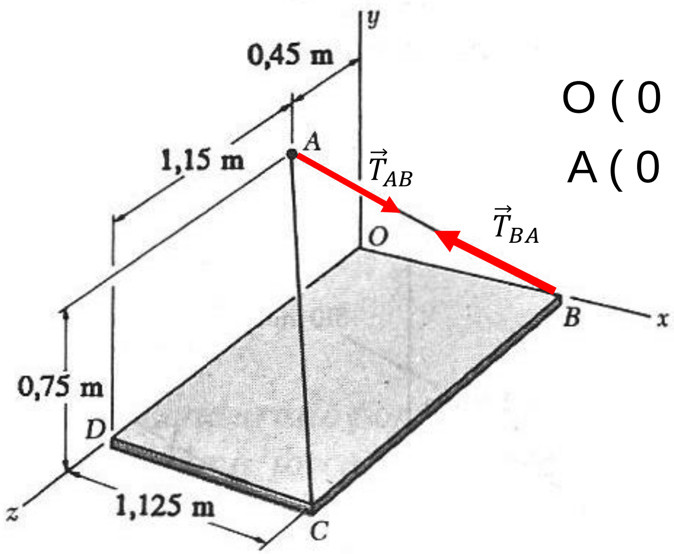
$$\vec{F}_{AB} = F_{AB} \cdot \vec{u}_{AB} = F_{AB} \cdot \frac{\overrightarrow{AB}}{\|\overrightarrow{AB}\|}$$

Universidade Estadual de Goiás

Estática dos Pontos Materiais

Força Definida por seu Módulo e Dois Pontos de sua Linha de Ação

Exemplo: Sabendo que a tração no cabo AB é de 1425 N, determine as componentes da força aplicada no ponto B da placa.



Coordenadas dos Pontos

O (0 ; 0 ; 0)

A (0 ; 0,75 ; 0,45)

B (1,125 ; 0 ; 0)

C (1,125 ; 0 ; 1,60)

$$\vec{T}_{BA} = T_{BA} \cdot \vec{u}_{BA} = T_{BA} \cdot \frac{\overrightarrow{BA}}{\|\overrightarrow{BA}\|}$$

$$\vec{T}_{BA} = 1425 \frac{(-1{,}125\,;0{,}75\,;0{,}45)}{\sqrt{(-1{,}125)^2 + (0{,}75)^2 + (0{,}45)^2}}$$

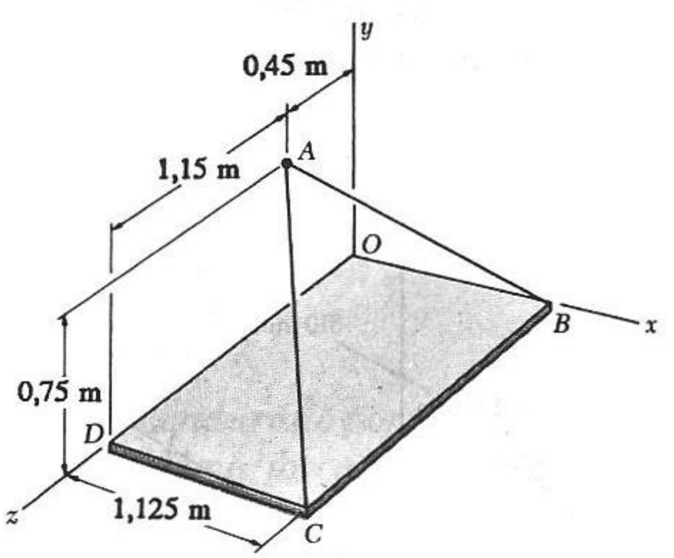
$$\vec{T}_{BA} = (-1125\vec{\imath} + 750\vec{\jmath} + 450\vec{k})N$$

Universidade Estadual de Goiás

Estática dos Pontos Materiais

Força Definida por seu Módulo e Dois Pontos de sua Linha de Ação

Exemplo: Sabendo que a tração no cabo AB é de 1425 N, determine as componentes da força aplicada no ponto B da placa.



Encontrando os ângulos que as componentes da Tração BA forma com os eixos x, y e Z.

$$\theta_x = \cos^{-1}\left(\frac{-1125}{1425}\right) = 142{,}14°$$

$$\theta_y = \cos^{-1}\left(\frac{750}{1425}\right) = 58{,}24°$$

$$\theta_z = \cos^{-1}\left(\frac{450}{1425}\right) = 71{,}59°$$

$$\vec{T}_{BA} = (-1125\vec{\imath} + 750\vec{\jmath} + 450\vec{k})N$$

Universidade Estadual de Goiás

Estática dos Pontos Materiais

Equilíbrio de um Ponto Material no Espaço

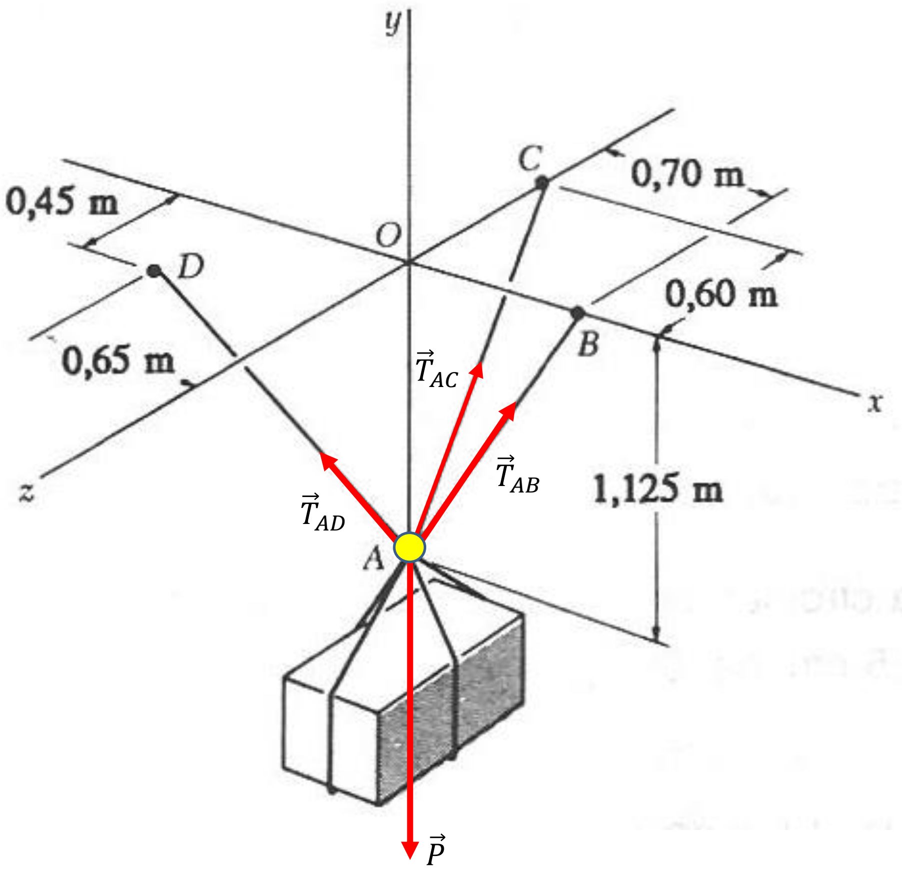
Um ponto material A está em **equilíbrio** se a resultante de todas as forças atuantes sobre A é zero.

$$\sum \vec{F} = 0 \quad \begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum F_z = 0 \end{cases}$$

Estática dos Pontos Materiais

Equilíbrio de um Ponto Material no Espaço

Exercício: Uma caixa está suspensa por três cabos, como ilustrado. Determine o peso P da caixa sabendo que a tração no cabo AB é de 6890 N.



Coordenadas dos Pontos

O (0 ; 0 ; 0)

A (0 ; -1,125 ; 0)

B (0,70 ; 0 ; 0)

C (0 ; 0 ; -0,60)

D (-0,65 ; 0 ; 0,45)

Estática dos Pontos Materiais

Equilíbrio de um Ponto Material no Espaço

Exercício: Uma caixa está suspensa por três cabos, como ilustrado. Determine o peso P da caixa sabendo que a tração no cabo AB é de 6890 N.

Coordenadas dos Pontos

O (0 ; 0 ; 0)   A (0 ; -1,125 ; 0)   B (0,70 ; 0 ; 0)   C (0 ; 0 ; -0,60)   D (-0,65 ; 0 ; 0,45)

$$\vec{T}_{AB} = T_{AB} \cdot \frac{\overrightarrow{AB}}{\|\overrightarrow{AB}\|} = 6890 \frac{(0{,}70\ ;\ 1{,}125\ ;\ 0)}{\sqrt{(0{,}70)^2 + (1{,}125)^2}} = (3640\vec{\imath} + 5890\vec{\jmath} + 0\vec{k})N$$

$$\vec{T}_{AC} = T_{AC} \cdot \frac{\overrightarrow{AC}}{\|\overrightarrow{AC}\|} = T_{AC} \cdot \frac{(0\ ;\ 1{,}125\ ;\ -0{,}60)}{\sqrt{(1{,}125)^2 + (-0{,}60)^2}} = (0\vec{\imath} + 0{,}882T_{AC}\vec{\jmath} - 0{,}470T_{AC}\vec{k})$$

$$\vec{T}_{AD} = T_{AD} \cdot \frac{\overrightarrow{AD}}{\|\overrightarrow{AD}\|} = T_{AD} \cdot \frac{(-0{,}65\ ;\ 1{,}125\ ;\ 0{,}45)}{\sqrt{(-0{,}65)^2 + (1{,}125)^2 + (0{,}45)^2}} = (0{,}473T_{AD}\vec{\imath} + 0{,}818T_{AD}\vec{\jmath} + 0{,}327T_{AD}\vec{k})$$

$$\vec{P} = -P\vec{\jmath}$$

Universidade Estadual de Goiás

Estática dos Pontos Materiais

Equilíbrio de um Ponto Material no Espaço

Exercício: Uma caixa está suspensa por três cabos, como ilustrado. Determine o peso P da caixa sabendo que a tração no cabo AB é de 6890 N.

$$\vec{T}_{AB} = (3640\vec{\imath} + 5890\vec{\jmath} + 0\vec{k})N \qquad \vec{T}_{AD} = (0{,}473T_{AD}\vec{\imath} + 0{,}818T_{AD}\vec{\jmath} + 0{,}327T_{AD}\vec{k})$$

$$\vec{T}_{AC} = (0\vec{\imath} + 0{,}882T_{AC}\vec{\jmath} - 0{,}470T_{AC}\vec{k}) \qquad \vec{P} = -P\vec{\jmath}$$

Equilíbrio $\sum \vec{F} = 0$

$$\sum F_x = 0 \quad 3640 - 0{,}473T_{AD} = 0 \qquad \boxed{T_{AD} = 7695{,}56\ \text{N}}$$

$$\sum F_y = 0 \quad 5890 + 0{,}882T_{AC} + 0{,}818T_{AD} - P = 0 \qquad \boxed{P = 16907{,}32\ \text{N}}$$

$$\sum F_z = 0 \quad -0{,}470T_{AC} + 0{,}327T_{AD} = 0$$

$$\boxed{T_{AC} = 5354{,}14\ \text{N}}$$

Universidade Estadual de Goiás

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS
CÂMPUS ANÁPOLIS DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AGRÍCOLA

Capítulo 03: Corpos Rígidos: Sistemas Equivalentes de Forças

Prof. Ródney Couto, Msc.
rodneycouto@agricola.eng.br

Corpos Rígidos: Sistemas Equivalentes de Forças
Introdução

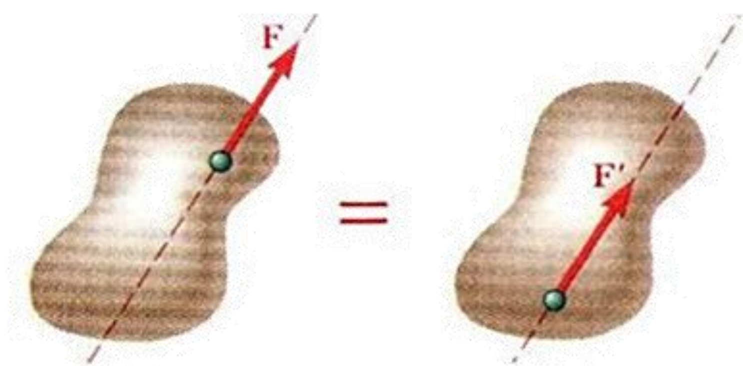
- Anteriormente considerou-se que cada corpo poderia ser considerado como um ponto material. Muitas das vezes um corpo deve ser tratado como um conjunto de grande número de pontos materiais.
- **Corpo rígido** é aquele que não se deforma (deformações desprezíveis).
- As **forças externas** representam a ação de outros corpos sobre o corpo rígido considerado. Essas forças causam movimento ou asseguram a permanência em repouso.
- As **forças internas** são as que mantém o corpo rígido unido.
- *Na nossa disciplina vamos considerar qualquer estrutura como sendo um corpo rígido.*

Universidade Estadual de Goiás

Corpos Rígidos: Sistemas Equivalentes de Forças
Princípio da Transmissibilidade – Forças Equivalentes

- “As condições de equilíbrio ou de movimento de um corpo rígido não se alteram se uma força **F**, que atua em um dado ponto do corpo rígido for substituída por uma força **F’** de mesmo módulo, direção e sentido, mas que atua num ponto diferente, desde que as duas forças tenham a mesma linha de ação”.

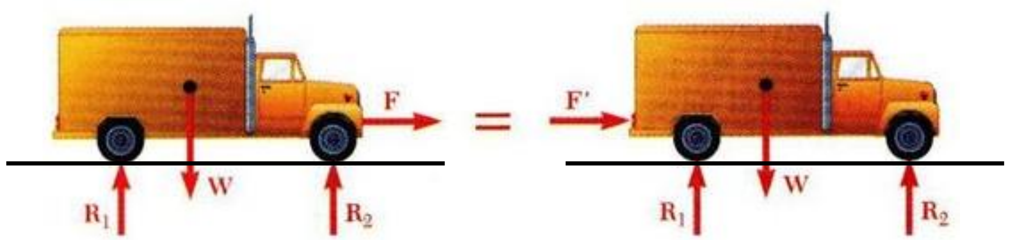
Na figura ao lado F e F’ são forças equivalentes.



Universidade Estadual de Goiás

Corpos Rígidos: Sistemas Equivalentes de Forças

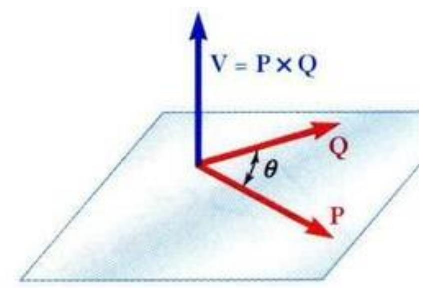
Princípio da Transmissibilidade – Forças Equivalentes



Para o caminhão ilustrado acima, o fato de mudar o ponto de aplicação da força **F** para o para-choque traseiro não altera o seu movimento e nem interfere nas ações das demais forças que nele atuam.

Corpos Rígidos: Sistemas Equivalentes de Forças
Produto Vetorial de Dois Vetores

- Dados dois vetores $\vec{P}$ e $\vec{Q}$, o seu produto vetorial é dado por:



$\vec{V} = \vec{P} \times \vec{Q}$

1. A linha de ação de $\vec{V}$ é perpendicular ao plano que contém $\vec{P}$ e $\vec{Q}$.
2. A intensidade de $\vec{V}$ é $V = PQ \sin\theta$
3. A direção e o sentido de $\vec{V}$ são obtidos pela regra da mão direita.

Produtos vetoriais:

Não são comutativos: $\vec{P} \times \vec{Q} \neq \vec{Q} \times \vec{P}$ $\quad \vec{P} \times \vec{Q} = -(\vec{Q} \times \vec{P})$

São distributivos: $\vec{P} \times \left(\overrightarrow{Q_1} + \overrightarrow{Q_2}\right) = \vec{P} \times \vec{Q}_1 + \vec{P} \times \vec{Q}_2$

Não são associativos: $(\vec{P} \times \vec{Q}) \times \vec{S} \neq \vec{P} \times (\vec{Q} \times \vec{S})$

Universidade Estadual de Goiás

Corpos Rígidos: Sistemas Equivalentes de Forças
Produto Vetorial de Dois Vetores

- O produto vetorial $\vec{V}$ pode ser expresso por:

$$\vec{V} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ P_x & P_y & P_z \\ Q_x & Q_y & Q_z \end{vmatrix} = (P_y Q_z - P_z Q_y)\vec{i} + (P_z Q_x - P_x Q_z)\vec{j} + (P_x Q_y - P_y Q_x)\vec{k}$$

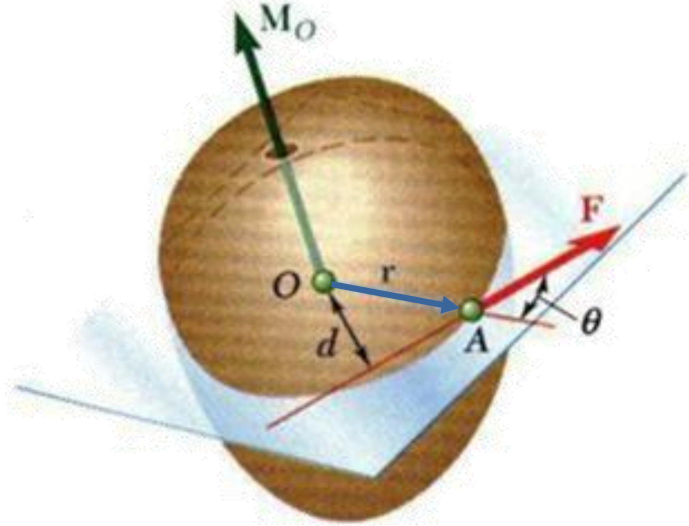
- Dois conceitos importantes, associados ao efeito de uma força sobre um corpo rígido, são o **momento de uma força em relação a um ponto** e **momento de uma força em relação a um eixo**.

Universidade Estadual de Goiás

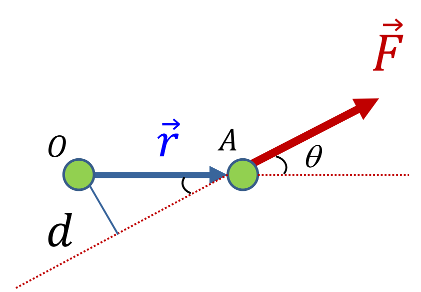
Corpos Rígidos: Sistemas Equivalentes de Forças

Momento de uma Força em relação a um ponto

- Uma força é representada por um vetor que define sua intensidade, direção e sentido. Seu efeito sobre um corpo rígido depende também do seu ponto de aplicação. **O momento de uma força em relação a um ponto é dado por:**



$$\vec{M}_O^F = \vec{r} \times \vec{F}$$



$\vec{M}_O^F = \vec{r} \times \vec{F}$ Para situações em duas e três dimensões

$M_O^F = F \cdot r \cdot \sin\theta$ Somente para problemas bidimensionais

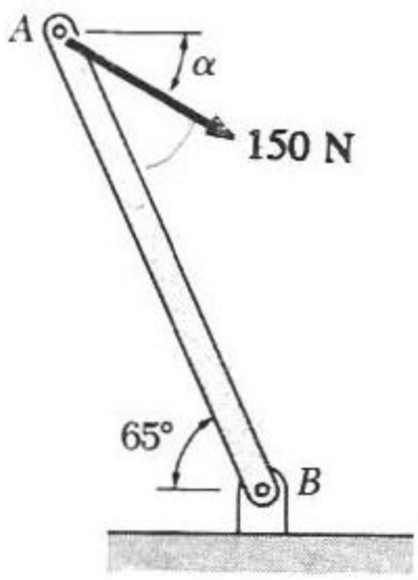
$M_O^F = F \cdot d$ Somente para problemas bidimensionais

Universidade Estadual de Goiás

Corpos Rígidos: Sistemas Equivalentes de Forças

Momento de uma Força em relação a um ponto

- Exemplo: Uma força de 150 N é aplicada à alavanca de controle *AB*, como ilustrado. O comprimento da alavanca é igual a 0,20 m e 30º. Determine o momento da força em relação a *B* decompondo a força: (a) em componentes horizontal e vertical e (b) em uma componente ao longo de AB e em outra perpendicular a AB.




"That's all Folks!"