ALGEBRA LINEAL

Sistemas de ecuaciones lineales, rectas y planos.

Presentado por

Ángela Marcela Torres Leal

Cód. 1023934345

Grupo No. 100408_260

Presentado a

Marco Antonio Zambrano

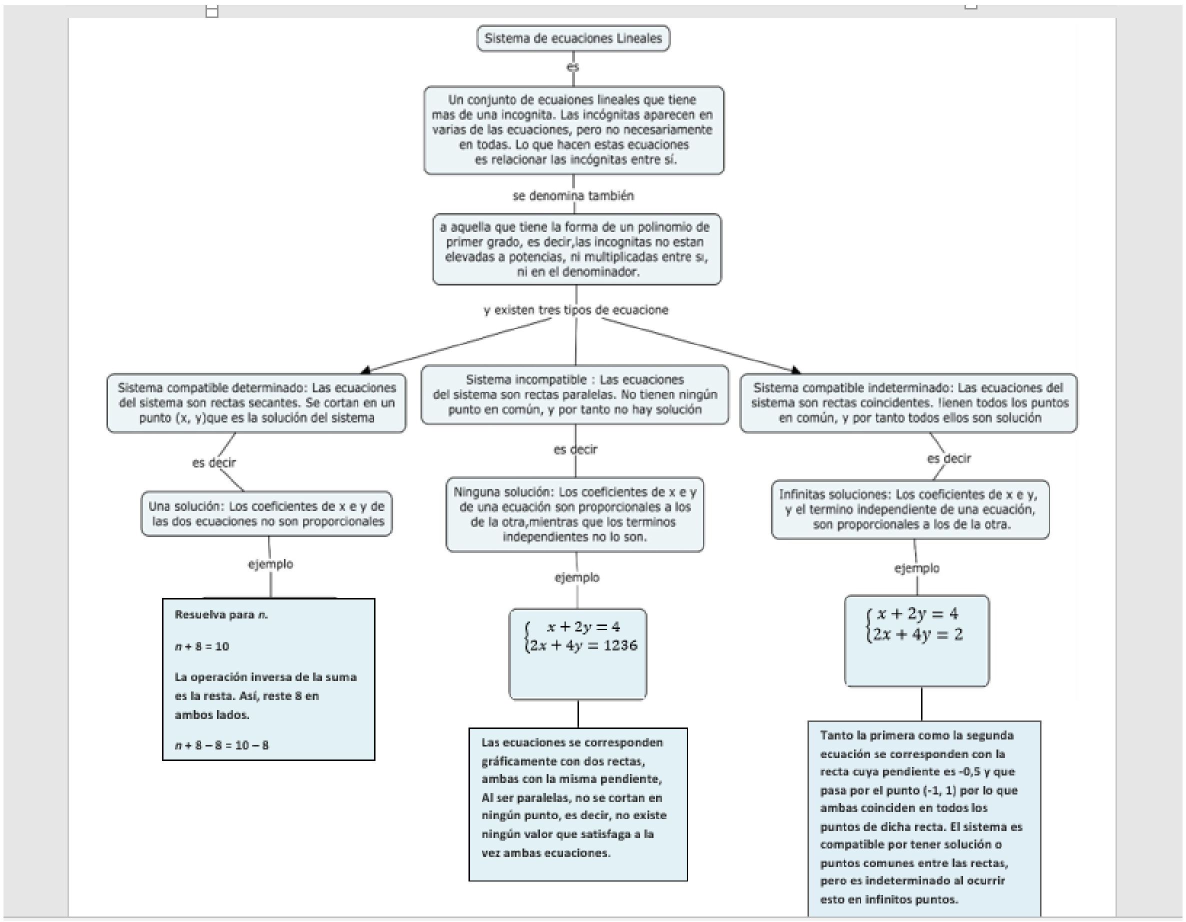
Universidad Nacional Abierta y a Distancia

Programa: Administración de Empresas

Bogotá – 2019

Descripción del ejercicio 1:

A) ¿Qué es un sistema de ecuaciones lineales?, ¿Cuáles son los tipos de sistemas de ecuaciones lineales? De ejemplos.



Ejercicio 2. Aplicación de conceptos de sistemas de ecuaciones lineales en la solución de problemas básicos.

Descripción del ejercicio 2

a) Considere el siguiente problema, defina el sistema de ecuaciones lineales que lo representa y soluciónelo por medio del método de Gauss–Jordan. Valide su resultado por medio de Geogebra.

Beatriz requiere saber el precio de venta en una cafetería americana que tienen las tostadas, el té y las arepitas de queso. En la tabla informativa se cuantifica el valor en dólares que debe pagarse el primer, segundo y tercer día por comprar las cantidades especificadas de cada alimento:

	Día 1	**Día 2**	**Día 3**
Tostadas	*1*	*4*	*2*
Té	*2*	*4*	*3*
Arepitas de queso	*4*	*1*	*4*
Costo (Dólares)	***35***	***34***	***42***

¿Determine el precio en dólares a pagar por cada tostada, te y arepita de queso*?*

SOLUCIÓN:

El precio de las tostadas, el té y las arepitas de queso es:

Tostadas: 3 dolares
Té: 4 dolares
Arepitas de queso: 6 dolares

Primero, sabemos que X1 + X2 + X3 es igual al costo a pagar por la cual se determinan las ecuaciones a desarrollar para poder realizar la matriz:

$$35 = 1x + 2y + 4z$$

$$34 = 4x + 4y + z$$

$$42 = 2x + 3y + 4z$$

Explicación: El método de Gauss Jordan plantea una matriz Mx = I, siendo I la matriz identidad

Se debe convertir las columnas en 0

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} 35 \\ 34 \\ 42 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$f_2 - 4f_1$

$f_3 - 2f_1$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & -4 & -15 \\ 0 & -1 & -4 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} 35 \\ -106 \\ -28 \end{vmatrix}$$

$-f_3 \rightarrow f_2$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} 35 \\ 28 \\ 6 \end{vmatrix}$$

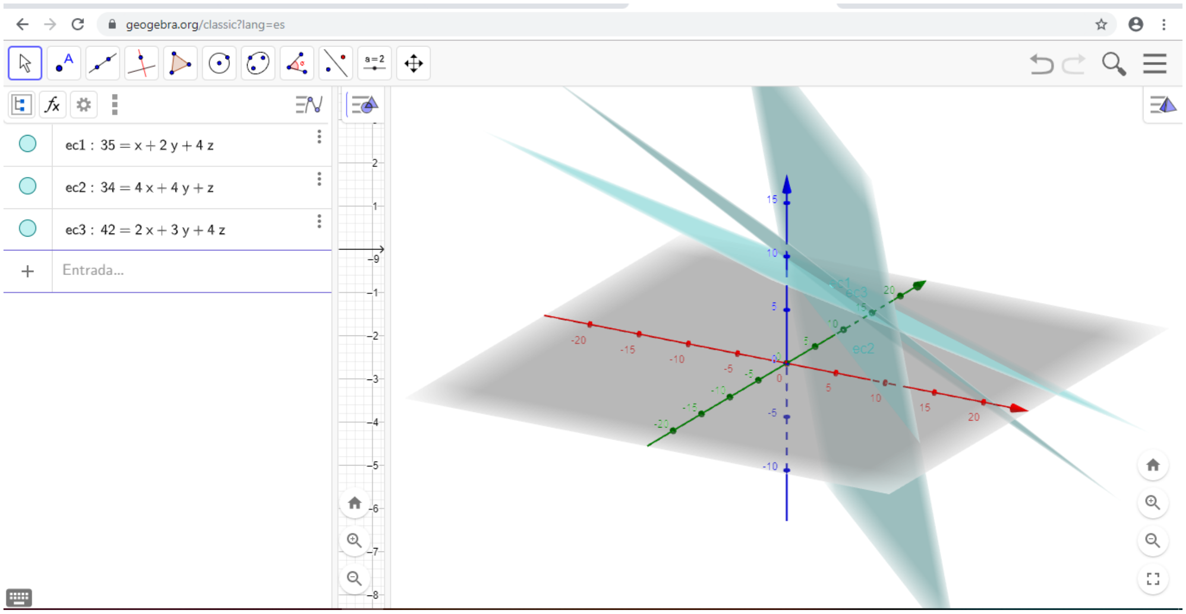
$f_1 - 4f_3$

$f_2 - 4f_3$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} 11 \\ 4 \\ 6 \end{vmatrix}$$

$f_1 - 2f_2$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} 3 \\ 4 \\ 6 \end{vmatrix}$$



Ejercicio 3. Aplicación de conceptos de rectas en R3 en la solución de problemas básicos.

Descripción del ejercicio 3

Solucionar según la condición dada:

Hallar las ecuaciones vectoriales, paramétricas y simétricas, de las rectas, y grafíquelas con ayuda de GeoGebra (u otras herramientas como Scilab, Octave o Matlab), de la recta que pasa por el punto $(2, -1, 4)$ y tiene por números directores $[3, -1.6]$

SOLUCIÓN

$$\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{p}} + \overrightarrow{\mathbf{tv}}$$

P= 2, -1, 4

Ecuación vectorial

$$\vec{\mathbf{r}} = (\mathbf{2}, -\mathbf{1},\ \ \mathbf{4}) + \ \mathbf{t} * (\mathbf{3}\ \ -\mathbf{1}\ \ \mathbf{6})$$

$x, y, z = (2,\ -1,\ 4) + \ t * (3\ \ -1\ \ 6)$

$x, y, z = (2, -1, 4) + 3t\ \ -t\ + \ 6t$

Ecuaciones paramétricas

$x = (2 + 3t)$

$y = (\ -1 - t)$

$X = (2 + 3\ t)$

Ecuaciones simétricas

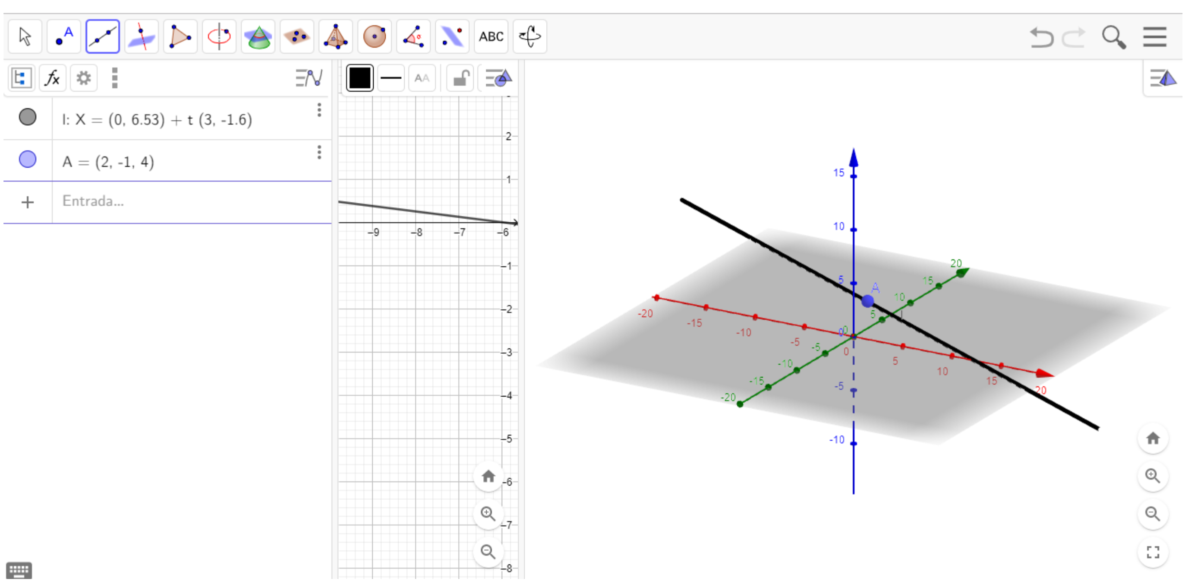
$$\frac{X - 2}{3} = t$$

$y = -1 - 1t$

$$\frac{y + 1}{-1} = t$$

$z = 4 + 6t$

$$\frac{z - 4}{6} = t$$



Ejercicio 4. Aplicación de conceptos de rectas en R3 en la solución de problemas básicos.

Descripción ejercicio 4.

Solucione las siguientes problemáticas de rectas en R3, en torno a su teoría y grafíquelos con ayuda de Geogebra (u otras herramientas como Scilab, Octave o Matlab)

a) De las rectas que se presentan a continuación, encuentre una recta L ortogonal:

$$L_1 : x = 4 + 8t; y = -4 - 6t; z = 2 + 2t$$
$$L_2 : x = 10 - 4s; y = 2 + 2s; z = -8 - 10s$$

Y que pase por el punto (2, 4, -2).

SOLUCIÓN:

Dadas dos rectas L_1 y L_2. La recta que es ortogonal a ellas es;

r: (x,y,z) = (28/3, 7/3, -29/3) + λ(56, 72, -8)

Explicación:
Datos;

L_1: x=4+8t ; y=-4-6t ; z=2+2t

L_2: x=10-4s ; y=2+2s ; z=-8-10s

Llevar a las rectas a su forma vectorial;

L_1: (x,y,z) = (4, -4, 2) + t(8, -6, 2)

L_2:(x,y,z) = (10, 2, -8) + s(-4, 2, -10)

Si la recta es ortogonal a L_1 y L_2, entonces su vector director es el producto vectorial de los vectores directores de las recta L_1 y L_2.

u_1 = (8,-6,2)
u_2 = (-4,2,-10)

$= i[(-6)(-10)-(2)(2)] - j[(8)(-10)-(-4)(2)] + k[(8)(2)-(-4)(-6)]$

$= 56\,i + 72\,j - 8\,k$

Hallar un punto por el que pase dicha recta;

$4+8t = 10-4s$

$-4-6t = 2+2s$

$2+2t = -8-10s$

$4 + 8t - 4 - 6t + 2 + 2t = 10 - 4s + 2 + 2s - 8 - 10s$

$2 = 4 - 12s$

$s = (4-2)/12$

$s = 1/6$

Evaluar s en la recta L_2;

L_2: $x=10-4(1/6)$; $y=2+2(1/6)$; $z=-8-10(1/6)$

$x = 28/3$

$y = 7/3$

$z = -29/3$

$(28/3, 7/3, -29/3)$

Construir la recta ortogonal;

$r: (x,y,z) = (28/3, 7/3, -29/3) + \lambda(56, 72, -8)$

Ejercicio 5. Aplicación de la teoría de planos en la solución de problemas básicos.

Descripción ejercicio 5.

Solucione las siguientes problemáticas de planos en torno a su teoría y grafíquelos con ayuda de Geogebra (u otras herramientas como Scilab, Octave o Matlab):

a. Se requiere determinar si los siguientes planos son paralelos:

$$\pi_1 : 6x - 9y - 12z = 30$$
$$\pi_2 : 12x - 3y - 3z = 9$$

En caso de que no sea paralelos, encuentre la ecuación de la recta en que se intersectan. Justifique su respuesta con el método que corresponda. Grafique ambos planos.

Dadas las ecuaciones de dos planos. Empleando el producto cruz se verifica si o no son paralelos los planos:

No son paralelos los planos.

La ecuación de la recta que describe la intersección de ambos planos es:

$\{x = - 9\lambda$

r: $\{y = -2 -126\lambda \quad \lambda \in R$

$\{z = -1 + 90\lambda$

Explicación:

π_1: $6x - 9y - 12z = 30$

π_2: $12x - 3y -$ Dadas las ecuaciones de dos planos. Empleando el producto cruz se verifica si o no son paralelos los planos:

No son paralelos los planos.

La ecuación de la recta que describe la intersección de ambos planos es:

$\{ x = - 9\lambda$

r: $\{ y = -2 -126\lambda \quad \lambda \in R$

$\{ z = -1 + 90\lambda$

Explicación:

π_1: 6x - 9y - 12z = 30

π_2: 12x - 3y - 3z = 9

Si el producto cruz de los vectores normales de un plano es nulo, entonces los planos son paralelos.

$N_1 \times N_2 = (0,0,0) \Rightarrow \pi_1 \, // \, \pi_2$

Siendo,

Normal π_1

$N_1 = (6, -9, 12)$

Normal π_2

$N_2 = (12, -3, -3)$

$$N^1 \text{ x } N_2 = \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ \mathbf{6} & \mathbf{-9} & \mathbf{12} \\ \mathbf{12} & \mathbf{-3} & \mathbf{-3} \end{vmatrix}$$

$= i[(-9)(-3)-(-3)(-12)] \; -j[(6)(-3)-(12)(-12)]+ k[(6)(-3)-(12)(-9)]$

$N_1 \times N_2 = -9\, i - 126\, j + 90\, k$

Los planos no son paralelos.

Ecuación de la intersección de los planos;

π_1: 6x - 9y - 12z - 30 = 0

π_2: 12x - 3y - 3z - 9 = 0

Hallar un P_0, asumir x = 0;

-9y - 12z = 30 (1)

-3y - 3z = 9 (2)

Se obtiene un sistema de ecuaciones de 2x2

despejar y de 1

$y= (-12z-30) / 9$

Sustituir en 2;

$-3[(-12z-30) / 9] - 3z = 9$

Despejar z;

$4z + 10 -3z = 9$

$z + 10 = 9$

$z = 9-10$

$z = -1$

$y= [-12(-1)-30]/9$

$y = -2$

$P_0 = (0, -2, -1)$, construir la ecuación de la recta;

r: $(x,y,z) = (0, -2, -1) + \lambda(-9, -126, 90)$m

Ecuación paramétrica de la recta.

$\{x = - 9\lambda$

r: $\{y = -2 -126\lambda \quad \lambda \in R$

$\{z = -1 + 90\lambda$

Si el producto cruz de los vectores normales de un plano es nulo, entonces los planos son paralelos.

$N_1 \times N_2 = (0,0,0) \Rightarrow \pi_1 // \pi_2$

Siendo:

Normal π_1 ;

$N_1 = (6, -9, 12)$

Normal π_2;

$N_2 = (12, -3, -3)$

$= i\,[(-9)\,(-3) - (-3)\,(-12)] - j[(6)(-3)-(12)(-12)]+k[(6)(-3)-(12)(-9)]$

$N_1 \times N_2 = -9\,i - 126\,j + 90\,k$

Los planos no son paralelos.

Ecuación de la intersección de los planos;

π_1: $6x - 9y - 12z - 30 = 0$

π_2: $12x - 3y - 3z - 9 = 0$

Hallar un P_0, asumir $x = 0$

$-9y - 12z = 30$ (1)

$-3y - 3z = 9$ (2)

Se obtiene un sistema de ecuaciones de 2x2:

Despejar y de 1;

$y= (-12z-30)/9$

Sustituir en 2;

$-3[(-12z-30)/9] - 3z = 9$

Despejar z:

$4z + 10 -3z = 9$

$z + 10 = 9$

$z = 9-1$

$z = -1$

$y = [-12(-1)-30]/9$

$y = -2$

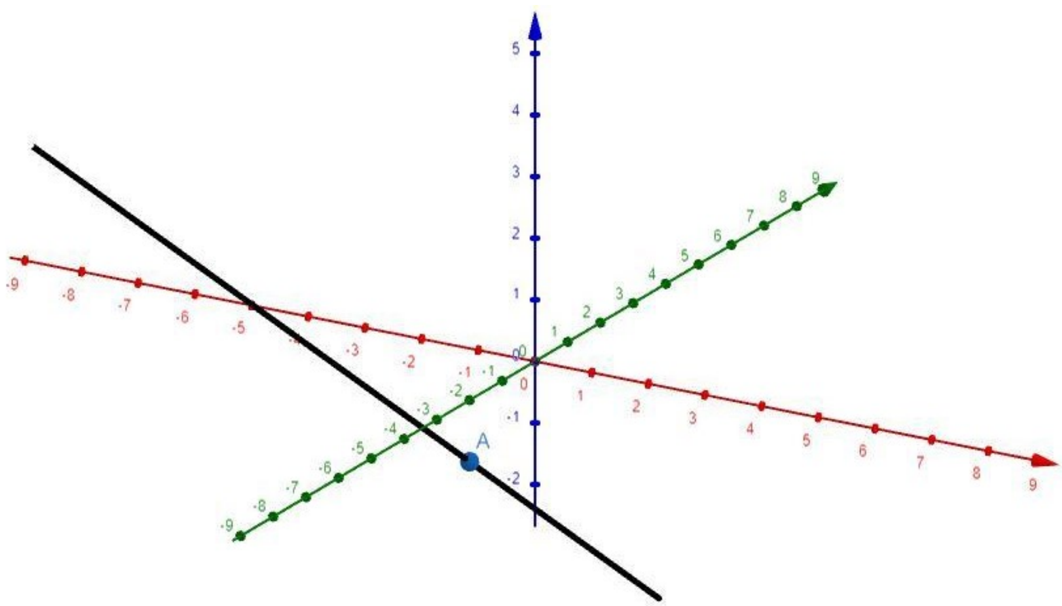
$P_0 = (0, -2, -1)$, construir la ecuación de la recta;

r: $(x, y, z) = (0, -2, -1) + \lambda(-9, -126, 90)$

Ecuación paramétrica de la recta.

$$r: \begin{cases} x = -9\lambda \\ y = -2 - 126\lambda \qquad \lambda \in R \\ z = -1 + 90\lambda \end{cases}$$

r: (, y, z) = (0, -2, -1) + λ (-9, -126, 90)



Reflexión del Curso

En el álgebra lineal la importancia y aplicación de los sistemas de ecuaciones lineales, rectas y planos en el área de formación profesional es fundamental ya que me permite desarrollar el pensamiento abstracto de tipo matemático, favoreciendo mí formación, teniendo en cuenta que en la actualidad se requiere de muchos problemas en diversos campos de ingeniería. Comprendiendo así el conjunto de conocimientos relacionados con los fundamentos básicos que constituyen el campo teórico y aplicativo de los sistemas de ecuaciones lineales, rectas y planos a través del estudio y análisis de fuentes documentales y situaciones particulares en diferentes campos del saber.

6. Elaborar un vídeo corto (máximo 3 minutos) en el que explique uno de los ejercicios realizados. El vídeo debe mostrar el ejercicio y al estudiante haciendo la explicación.

A gcontinuación, dejo el link del video sustentando el punto no. 3

Grabando #11.mp4