SISTEMAS DE AMORTIZACIÓN CON AJUSTE

En todo ***sistema de amortización*** con ajuste, el capital se corrige con el índice fijado en el contrato. Sobre ese capital ajustado se calculan los intereses, con una ***tasa pura o real***.

Sistemas de amortización de deudas: Concepto.

Toda operación de préstamo puede entenderse como el intercambio de capitales:

- El capital prestado por el acreedor.
- El conjunto de pagos por parte del deudor.

La ecuación fundamental de equilibrio que se da en toda operación financiera, es la que iguala el valor de la prestación con el de las contraprestaciones. Como tienen lugar en fechas distintas, deben valuarse en la misma fecha, con la tasa que se haya pactado en la operación.

Los principales sistemas de amortización que hemos estudiado son:

- **Sistema Francés o de cuota constante**
- **Sistema Alemán o de amortización constante**
- Reembolso global con pago periódico de intereses
- Otros sistemas de amortización

En esta clase vamos a trabajar los con dos sistemas más utilizados en la práctica financiera, que son el sistema francés y el sistema alemán.

Inflación: Concepto.

La inflación, en economía, es el aumento generalizado y sostenido de los precios de los bienes y servicios existentes en el mercado durante un período de tiempo, generalmente un año. Cuando el nivel general de precios sube, con cada unidad de moneda se adquieren menos bienes y servicios. Es decir, que la inflación refleja la disminución del poder adquisitivo de la moneda: una pérdida del valor real del medio interno de intercambio y unidad de medida de una economía. Una medida frecuente de la inflación es el índice de precios, que corresponde al porcentaje anualizado de la variación general de precios en el tiempo (el más común es el índice de precios al consumidor).

Es importante tener en cuenta que cuando existe inflación, ningún análisis financiero es válido, si no se toma en cuenta la variación en el tiempo del signo monetario, cualquiera fuera su magnitud.

Repaso de algunos conceptos importantes:

- <u>Tasa aparente o tasa nominal</u>:

  En un sentido amplio se la define como la tasa activa o pasiva de mercado que no está corregida por la inflación.

  Por lo tanto, no da idea de rendimiento o costo financiero real de una operación sea de inversión o financiación pues no mide en términos reales, es decir en términos de poder adquisitivo.

  Es la tasa que transforma un capital inicial corriente al cabo de uno o más periodos, en un monto o capital final corriente.

- <u>Tasa de inflación</u>:

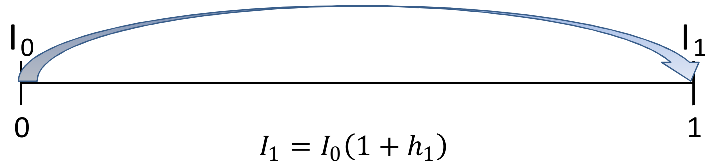
  Es el incremento en los precios de los bienes y servicios, y por lo tanto, representa la pérdida del poder adquisitivo. Siempre se relacionan dos momentos cualesquiera y según sea la base considerada podremos llegar a conclusiones diferentes. Varían con respecto al período anterior y por lo tanto van produciendo una variación que es acumulativa a interés compuesto.

- <u>Tasa real de interés</u>:

  Es la tasa de interés pura, es decir libre el efecto inflacionario y representa la mayor o la menor cantidad de bienes o servicios que se adquieren al cabo de un periodo determinado, en relación a otro.

Tasa de inflación: Cálculo

Tasa de inflación. Cálculo:



$$I_1 = I_0(1 + h_1)$$

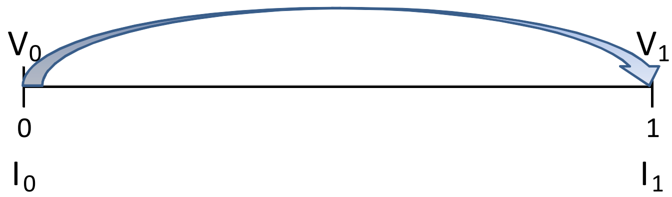
$$\frac{I_1}{I_0} = (1 + h_1)$$

Factor de ajuste por inflación

Tasa de inflación periódica

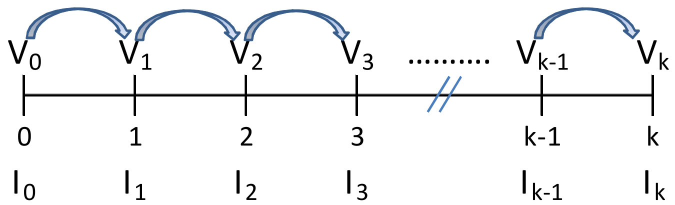
$$h_1 = \frac{I_1}{I_0} - 1$$

- ✓ Ajuste periódico de capital:



$$V_1 = V_0\,\frac{I_1}{I_0} = V_0(1+h_1)$$

- ✓ Tasa de inflación multiperiódica. Ajuste multiperiódico de capital:

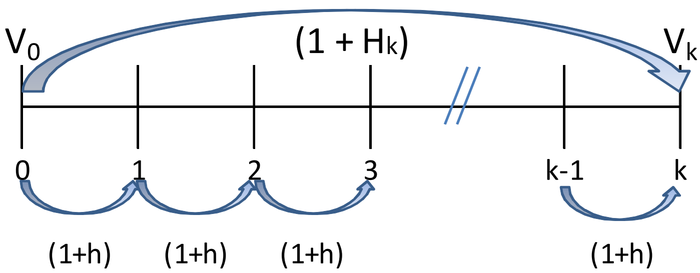


$$V_k = V_0\,\frac{\cancel{I_1}}{I_0}\,.\,\frac{\cancel{I_2}}{\cancel{I_1}}\,.\,\frac{\cancel{I_3}}{\cancel{I_2}}\ldots\ldots\ldots\,.\,.\,\frac{I_k}{\cancel{I_{k-1}}} = V_0\,\frac{I_k}{I_0} = V_0(1+H_k)$$

$$V_k = V_0\,(1+h_1)\,.\,(1+h_2)\,.\;(1+h_3)\ldots\ldots\ldots.\,.\,(1+h_k) = V_0(1+H_k)$$

- ✓ Tasa de inflación periódica promedio:

¿Qué ocurre si las tasas de inflación son constantes?

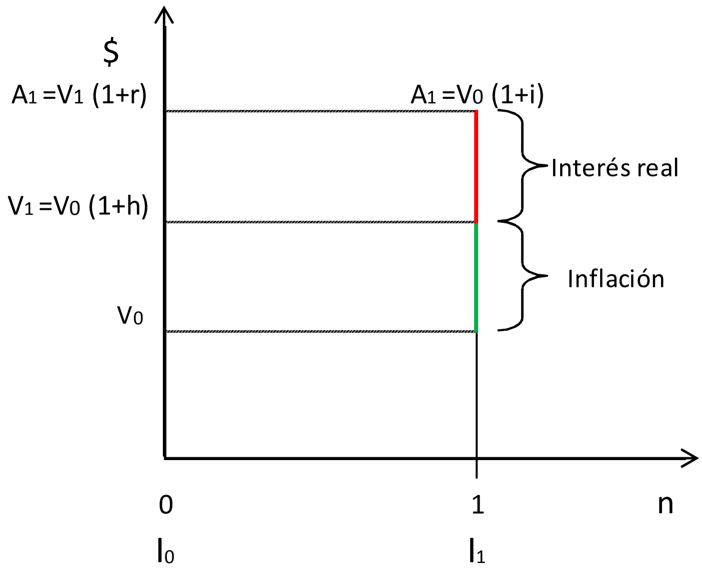


$$1 + H_k = \;(1+h)(1+h)(1+h)\ldots\ldots(1+h)$$

$$1 + H_k = (1 + \overline{h})^k$$

$$\overline{h} = (1 + H_k)^{1/k} - 1$$

✓ Tasa de inflación en capitales invertidos



$$\left.\begin{aligned} A_1 &= V_0(1+i) \\ \\ A_1 &= V_1(1+r) \end{aligned}\right\} \qquad V_0(1+i) = V_1(1+r)$$

$$\cancel{V_0}(1+i) = \cancel{V_0}(1+h)(1+r)$$

$$\boxed{(1+i) = (1+h)(1+r)}$$

$$\boxed{r = \frac{i-h}{1+h}}$$

En todo ***sistema de amortización*** con ajuste, el capital se corrige con el índice fijado en el contrato. Sobre ese capital ajustado se calculan los intereses, con una ***tasa pura o real***.

SISTEMA FRANCÉS AJUSTADO

El sistema francés es un sistema de cuota constante.

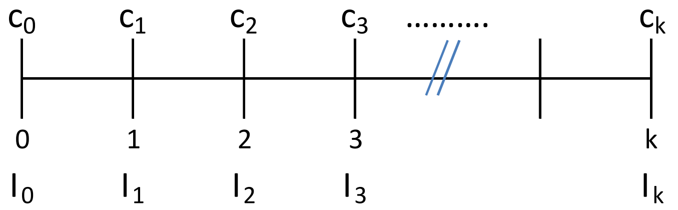
Procedimiento de trabajo:

Los elementos con los que trabajamos son: V_0; n; r.

1. Con estos elementos calculamos la cuota básica o de referencia c_0

$$c_0 = V_0 \frac{r}{1-(1+r)^{-n}}$$

2. Ajuste de la cuota



En cada periodo se calcula la cuota correspondiente, ajustando la cuota básica, mediante alguno de los procedimientos conocidos.

$$c_1 = c_0 \frac{I_1}{I_0} = c_0(1+h_1)$$

$$c_2 = c_1 \frac{I_2}{I_1} = c_0 \frac{I_2}{I_0}$$

$$c_3 = c_2 \frac{I_3}{I_2} = c_0 \frac{I_3}{I_0}$$

La cuota de un periodo, puede calcularse también en base a la cuota ajustada del periodo anterior, como se ve en el desarrollo anterior.

La forma de cálculo dependerá de los datos que tengamos disponibles.

Generalizando:

- Cálculo de la cuota ajustada en función de la cuota básica:

$$c_k = c_0 \frac{I_k}{I_0} = c_0(1 + H_k)$$

- Cálculo de la cuota ajustada en función de la cuota anterior:

$$c_k = c_{k-1} \frac{I_k}{I_{k-1}} = c_{k-1}(1 + h_k)$$

- Si h es constante:

$$c_k = c_0(1 + \bar{h})^k$$

3. Cálculo del saldo y del valor del anticipo en el sistema francés con ajuste:

Conocida la cuota del periodo, con ella podemos calcular el saldo y anticipo de cuotas con las expresiones conocidas.

- Saldos

Sistema Francés	Sistema Francés Ajustado
$V_k = c a_{\overline{n-k}\rceil}^{i}$	En función de la cuota del periodo $V_k = c_k a_{\overline{n-k}\rceil}^{r}$ En función de la cuota básica $V_k = c_0 a_{\overline{n-k}\rceil}^{r} \frac{I_k}{I_o}$

- Valor del anticipo de cuotas

Sistema Francés	Sistema Francés Ajustado
$V_a = c a_{\overline{m}\rceil i} (1+i)^{-(n-k-m)}$ Donde $\boldsymbol{m}$, es la cantidad de cuotas anticipadas	En función de la cuota del periodo $V_a = c_k a_{\overline{m}\rceil r} (1+r)^{-(n-k-m)}$ En función de la cuota básica $V_a = c_0 a_{\overline{m}\rceil r} (1+r)^{-(n-k-m)} \frac{I_k}{I_o}$

- Expresiones recursivas del saldo

Sistema Francés	Sistema Francés Ajustado
En función de la cuota $V_{k+1} = V_k(1+i) - c$	En función de la cuota $V_{k+1} = V_k(1+h_{k+1})(1+r) - c_{k+1}$
En función de la amortización $V_{k+1} = V_k - t_{k+1}$	En función de la amortización $V_{k+1} = V_k\,(1+h_{k+1}) - t_{k+1}$ Donde: $t_{k+1} = \frac{c_{k+1}}{(1+r)^n}(1+r)^k$
En función de la tasa de amortización $V_{k+1} = V_k(1-\theta_k)$ Donde: $\theta_k = \frac{t_{k+1}}{V_k}$	En función de la tasa de amortización $V_{k+1} = V_k(1+h_{k+1})(1-\theta_k)$ Donde: $\theta_k = \frac{t_{k+1}}{V_{k(1+h_{k+1})}}$

Las expresiones recursivas del saldo, son las mismas para el sistema alemán ajustado

SISTEMA ALEMÁN AJUSTADO

El sistema alemán es un sistema de amortización constante.

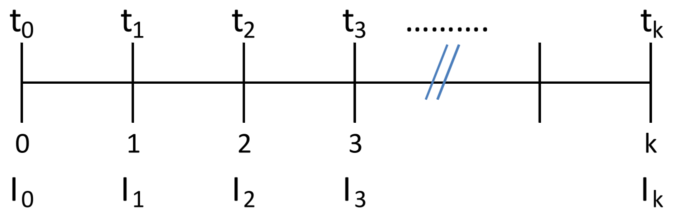
Procedimiento de trabajo:

Los elementos con los que trabajamos son: V_0; n

1. Con estos elementos calculamos la amortización básica o de referencia t_0

$$t_0 = \frac{V_0}{n}$$

2. Ajuste de la amortización



En cada periodo se calcula la amortización correspondiente, ajustando la cuota básica, mediante alguno de los procedimientos conocidos.

$$t_1 = t_0 \frac{I_1}{I_0} = t_0(1 + h_1)$$

$$t_2 = t_1 \frac{I_2}{I_1} = t_0 \frac{I_2}{I_0}$$

$$t_3 = t_2 \frac{I_3}{I_2} = t_0 \frac{I_3}{I_0}$$

La amortización de un periodo, puede calcularse también en base a la amortización ajustada del periodo anterior, como se ve en el desarrollo anterior.

La forma de cálculo dependerá de los datos que tengamos disponibles.

Generalizando:

- Cálculo de la amortización ajustada en función de la amortización básica:

$$t_k = t_0 \frac{I_k}{I_0} = t_0(1 + H_k)$$

- Cálculo de la amortización ajustada en función de la amortización anterior:

$$t_k = t_{k-1} \frac{I_k}{I_{k-1}} = t_{k-1}(1 + h_k)$$

- Si h es constante:

$$t_k = t_0(1 + \overline{h})^k$$

3. Cálculo de la cuota, el saldo y el valor del anticipo en el sistema alemán con ajuste:

Conocida la amortización del periodo, con ella podemos calcular la cuota, el saldo y anticipo de cuotas con las expresiones conocidas.

- Cuota

Sistema Alemán	Sistema Alemán Ajustado
$c_k = t[1 + (n - k + 1)i]$	En función de la amortización del periodo $c_k = t_k[1 + (n - k + 1)r]$ En función de la amortización básica $c_k = t_0[1 + (n - k + 1)r]\frac{I_k}{I_0}$

- Saldos

Sistema Alemán	Sistema Alemán Ajustado
$$V_k = t(n-k)$$	En función de la amortización del periodo $$V_k = t_k(n-k)$$ En función de la amortización básica $$V_k = t_0(n-k)\frac{I_k}{I_0}$$

- Valor del anticipo de cuotas

Sistema Alemán	Sistema Alemán Ajustado
$$V_a = t\,.\,m$$ Donde ***m***, es la cantidad de cuotas anticipadas	En función de la amortización del periodo $$V_a = t_k\,.\,m$$ En función de la amortización básica $$V_a = t_0\,.\,m\,.\frac{I_k}{I_0}$$

RESUMEN

Periodo k	Sistema Francés Ajustado	Sistema Alemán Ajustado
Se ajusta	La cuota básica o de referencia $$c_0 = V_0 \frac{r}{1-(1+r)^{-n}}$$	La amortización básica o de referencia $$t_0 = \frac{V_0}{n}$$
Cuota	$$c_k = c_0 \frac{I_k}{I_0} = c_0(1+H_k)$$	$$c_k = t_k[1+(n-k+1)r]$$
Amortización	$$t_k = \frac{c_k}{(1+r)^n}(1+r)^{k-1}$$	$$t_k = t_0 \frac{I_k}{I_0} = t_0(1+H_k)$$
Saldo	$$V_k = c_k a_{\overline{n-k}\rceil r}$$	$$V_k = t_k(n-k)$$
Anticipo de cuotas	$$V_a = c_k a_{\overline{m}\rceil r}(1+r)^{-(n-k-m)}$$	$$V_a = t_k \,.\, m$$

Ejercicios de aplicación:

1 - Para una deuda de 15.000 $ que se cancela en 15 cuotas mensuales, al 6% anual (TNAV), y se ajusta con una tasa de inflación constante del 2,5 % mensual; calcular: el valor del anticipo de las últimas 5 cuotas en el momento 8; el saldo luego del anticipo. Verificar el saldo antes del anticipo, aplicando la expresión recursiva en función de la amortización. Confeccionar el cuadro de evolución de la deuda.

V_0 = 15.000

n = 15 ; k = 8

r = 0,06/12 = 0,005

h = 0,025

Sistema Francés Ajustado	**Sistema Alemán Ajustado**
1 - $c_0 = 15.000\frac{0{,}005}{1-1{,}005^{-15}} = 1.040{,}47$	1 - $t_0 = \frac{V_0}{n} = \frac{15.000}{15} = 1.000$
2 - $c_8 = c_0(1+h)^8 = 1.040{,}47x1{,}025^8$ $c_8 = 1.267{,}71$	2 - $t_8 = 1.000x1{,}025^8 = 1.218{,}40$
3 - $V_8 = 1.267{,}71\frac{1-(1{,}005)^{-7}}{0{,}005} = 8.699{,}12$	3 - $c_8 = 1.218{,}40[1 + (15 - 8 + 1)0{,}005]$ $c_8 = 1.267{,}36$
4 - $V_a = 1.267{,}71\frac{1-(1{,}005)^{-5}}{0{,}005}1{,}005^{-2}$ $V_a = 6.182{,}59$	4 - $V_8 = t_8(15 - 8) = 8.528{,}80$
5 - $V_8^* = V_8 - V_a = 2.516{,}53$	5 - $V_a = t_8x5 = 6.092$
6 -$t_8 = \frac{c_8}{1{,}005^{15}}1{,}005^7 = 1.218{,}12$	6 - $V_8^* = V_8 - V_a = 2.436{,}80$
7 - $V_8 = V_7(1+h) - t_8$ $V_7 = 1.040{,}47x1{,}025^7\frac{1-1{,}005^{-8}}{0{,}005} = 9.765{,}36$ $V_8 = 9.765{,}36x1{,}025 - 1.218{,}12 = 8.699{,}12$	7 - $V_8 = V_7(1+h) - t_8$ $V_7 = t_7x8 = 1.000x1{,}025^7x8 = 9.509{,}49$ $V_8 = 9.509{,}49x1{,}025 - 1.218{,}40 = 8.528{,}80$

SISTEMA FRANCÉS AJUSTADO

k	$1 + h_k$	Saldo ajust V_{k-1} * $(1+h_k)$	y_k Saldo ajust x r	t_k $c_k - y_k$	c_k $c_k = c_{k-1}(1+h_k)$	V_k Saldo ajust - t_k
0	1,025				**1.040,47**	15.000,00
1	1,025	15.375,00	76,88	989,60	1.066,48	14.385,40
2	1,025	14.745,03	73,73	1.019,41	1.093,14	13.725,62
3	1,025	14.068,76	70,34	1.050,12	1.120,47	13.018,64
4	1,025	13.344,10	66,72	1.081,76	1.148,48	12.262,34
5	1,025	12.568,90	62,84	1.114,35	1.177,19	11.454,55
6	1,025	11.740,92	58,70	1.147,92	1.206,62	10.593,00
7	1,025	10.857,83	54,29	1.182,50	1.236,79	**9.675,33**
8	1,025	9.917,21	49,59	**1.218,12**	**1.267,71**	**2.516,50**
Antic				**6.182,59**	6.182,59	
9	1,025	2.579,42	12,90	1.286,50	1.299,40	1.292,91
10	1,025	1.325,24	6,63	1.325,24	1.331,88	-0,00

SISTEMA ALEMÁN AJUSTADO

k	$1 + h_k$	Saldo ajust V_{k-1} $(1+h_k)$	y_k Saldo ajust x r	t_k t_{k-1} $(1+h_k)$	c_k $c_k = y_k + t_k$	V_k Saldo ajust - t_k
0	1,025			**1.000,00**		15.000,00
1	1,025	15.375,00	76,88	1.025,00	1.101,88	14.350,00
2	1,025	14.708,75	73,54	1.050,63	1.129,42	13.658,13
3	1,025	13.999,58	70,00	1.076,89	1.157,66	12.922,69
4	1,025	13.245,75	66,23	1.103,81	1.186,60	12.141,94
5	1,025	12.445,49	62,23	1.131,41	1.216,26	11.314,08
6	1,025	11.596,93	57,98	1.159,69	1.246,67	10.437,24
7	1,025	10.698,17	53,49	1.188,69	1.277,84	**9.509,49**
8	1,025	9.747,22	48,74	**1.218,40**	**1.267,14**	**2.436,82**
Antic				**6.092,00**	6.092,00	
9	1,025	2.497,74	12,49	1.248,86	1.298,82	1.248,88
10	1,025	1.280,10	6,40	1.280,10	1.331,29	-0,00

2 - Confeccionar el cuadro de evolución para una deuda de 10.000 $, ajustable por el CER, que se cancela con 4 cuotas anuales, con una tasa del 10%. La deuda se tomó el día 30/05/2012.

SISTEMA FRANCÉS AJUSTADO

k	cer	Saldo ajust V_{k-1} (I_k/I_{k-1})	y_k Saldo ajust x r	t_k $c_k - y_k$	c_k $c_k = c_{k-1}(I_k/I_{k-1})$	V_k Saldo ajust - t_k	Fecha
0	3,004				**3.154,71**	10.000,00	30/05/2012
1	3,319	11.049,44	1.104,94	2.380,83	3.485,78	8.668,61	30/05/2013
2	3,986	10.411,11	1.041,11	3.145,35	4.186,46	7.265,76	30/05/2014
3	4,622	8.425,49	842,55	4.012,14	4.854,69	4.413,35	30/05/2015
4	5,886	5.620,10	562,01	5.620,10	6.182,11	0,00	30/05/2016

SISTEMA ALEMÁN AJUSTADO

k	$1 + h_k$	Saldo ajust V_{k-1} (I_k/I_{k-1})	y_k Saldo ajust x r	t_k t_{k-1} (I_k/I_{k-1})	c_k $c_k = y_k + t_k$	V_k Saldo ajust - t_k	Fecha
0	3,004			2.500,00		10.000,00	30/05/2012
1	3,319	11.049,44	1.104,94	2.762,36	3.867,30	8.287,08	30/05/2013
2	3,986	9.952,89	995,29	3.317,63	4.312,92	6.635,26	30/05/2014
3	4,622	7.694,36	769,44	3.847,18	4.616,61	3.847,18	30/05/2015
4	5,886	4.899,12	489,91	4.899,12	5.389,03	-	30/05/2016

BIBLIOGRAFIA

CASTEGNARO, Aída Beatriz - Curso de Cálculo Financiero - La Ley (2006)

GIANNESCHI, Mario Atilio - Matemática FINANCIERA - Librería de la paz (2009)

MONACO de CANAL, Mirta Liliana - Sistemas de Amortización con Ajuste

TULIAN, César Eliseo - MÓNACO, Mirta Liliana - Sistemas de Amortización de Deudas (1999)

Segunda Ed. - FCE UNCuyo - Serie Cuadernos - Sección Matemática Nro. 83