

Curso de matemáticas EXANI – II 2018

Roberto Henryke Díaz Manzano



Universidad Juárez
del Estado de Durango



Razonamiento aritmético



Universidad Juárez
del Estado de Durango



Jerarquía de operaciones

Se entiende por jerarquía al orden de factores de acuerdo a un criterio preestablecido (por ejemplo superioridad, inferioridad, anterioridad, posterioridad, importancia).

Por lo que la jerarquía de operaciones es la estructura que da orden a las distintas operaciones matemáticas.

Jerarquía

Instrucción	Símbolo
1.- Se deben simplificar las operaciones entre paréntesis, corchetes y llaves.	$()$, $[\]$, $\{ \}$
2.- Se procede calculando exponentes (potencias) y raíces.	x^2 , $x^{1/3}$, $\sqrt{\quad}$
3.- Una vez realizado lo anterior, se realizan multiplicaciones y divisiones.	*, x, $()$, /
4.- La última operación siempre debe ser la suma (positiva y negativa).	+, -

Ejemplo

$$2 * ((324/2 - 10^2) + 657/3 * 9)$$

Números decimales y fracciones

Un número decimal, es un número racional que es menor a la unidad, por lo cual no llega a ser completo, se puede representar precedido por un punto, o en fracción

$$.756 \quad \frac{756}{100}$$

Operaciones con fracciones

Clasificación	Ejemplo
Denominador común	$\begin{array}{ll} \text{a)} \quad \frac{1}{5} + \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5} & \text{c)} \quad \frac{5}{9} - \frac{2}{9} \Rightarrow \frac{5}{9} - \frac{2}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \\ \text{b)} \quad \frac{3}{14} + \frac{4}{14} \Rightarrow \frac{3}{14} + \frac{4}{14} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2} & \text{d)} \quad \frac{7}{13} - \frac{5}{13} \Rightarrow \frac{7}{13} - \frac{5}{13} = \frac{2}{13} \end{array}$
Denominador diferente	$\begin{array}{l} \text{a)} \quad \frac{3}{5} + \frac{2}{7} \Rightarrow \frac{3}{5} + \frac{2}{7} = \text{m.c.m.}(5,7) = 35 \rightarrow \frac{3}{5} + \frac{2}{7} = \frac{21}{35} + \frac{10}{35} = \frac{31}{35} \\ \text{b)} \quad \frac{2}{3} - \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{8}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5}{12} \\ \text{c)} \quad \frac{7}{20} + \frac{13}{15} - \frac{1}{5} \Rightarrow \end{array}$

Relación de proporcionalidad

La proporcionalidad se refiere a la relación entre dos magnitudes o valores. Dicha relación puede ser:

Directa: cuando al incrementar una, incrementa la otra.

Inversa: cuando al incrementar una, disminuye la otra.

Constante de proporcionalidad: relación que mantienen las magnitudes, la constante directa se obtiene dividiendo los dos valores, y la inversa se obtiene multiplicándolos.

Proporcionalidad directa

2 camisas cuestan 30 euros

Si el número de camisas se incrementa (por ejemplo, lo multiplicamos por 2) el precio aumenta en la misma proporción

4 camisas cuestan 60 euros (el precio también se ha multiplicado por 2).

Si el número de camisas disminuye (por ejemplo, lo dividimos por 2) el precio lo hace también en la misma proporción

1 camisa cuesta 15 euros

Por lo tanto, el número de camisas y su precio son dos magnitudes directamente proporcionales.

En el ejemplo: si 2 camisas cuestan 30 euros.
Contante de proporcionalidad directa = $30 / 2 = 15$

Esta relación se mantiene constante para cada par de valores (nº camisas / precio):

4 camisas cuestan 60 euros: Contante de proporcionalidad directa = $60 / 4 = 15$
1 camisa cuesta 15 euros: Contante de proporcionalidad directa = $15 / 1 = 15$

Proporcionalidad inversa

Un agricultor tarda 4 días en arar una finca, mientras que 2 agricultores tardan 8 días.

En el ejemplo, 1 trabajador que tarda 4 horas:

$$1 \times 4 = 4$$

Esa proporción de mantiene constante en los distintos valores que pueden tomar ambas magnitudes.

En el ejemplo de 2 trabajadores que tardan 2 horas:

$$2 \times 2 = 4$$

Razonamiento algebraico



Universidad Juárez
del Estado de Durango

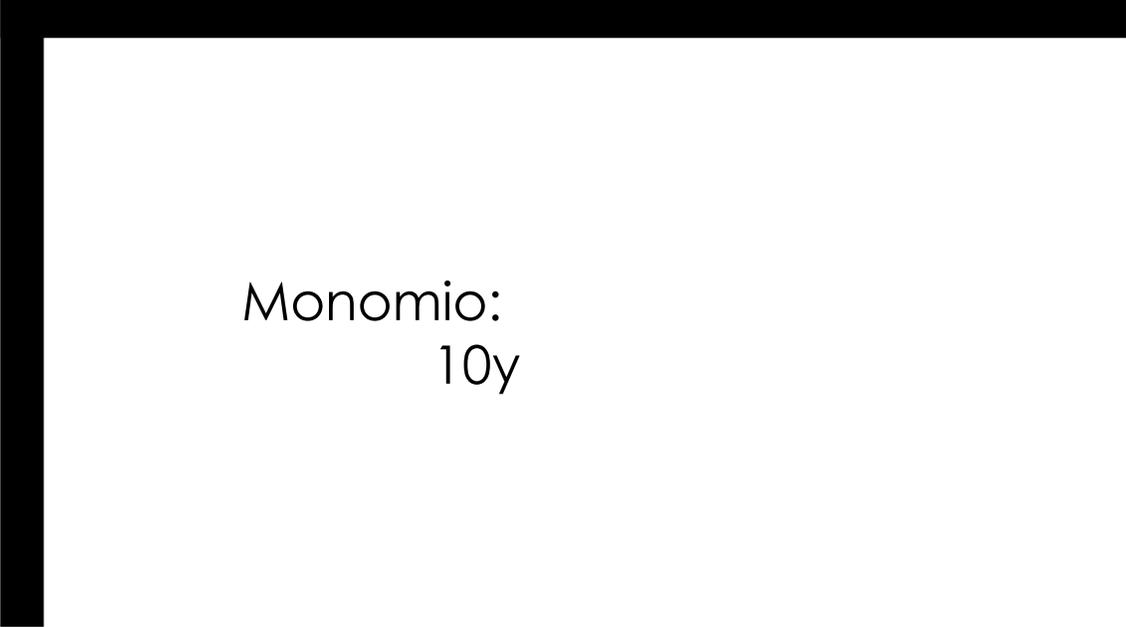


Expresiones algebraicas

Término

- Signo
- Coeficiente
- Literal
- Exponente

$$-45z^3$$



Monomio:

$$10y$$

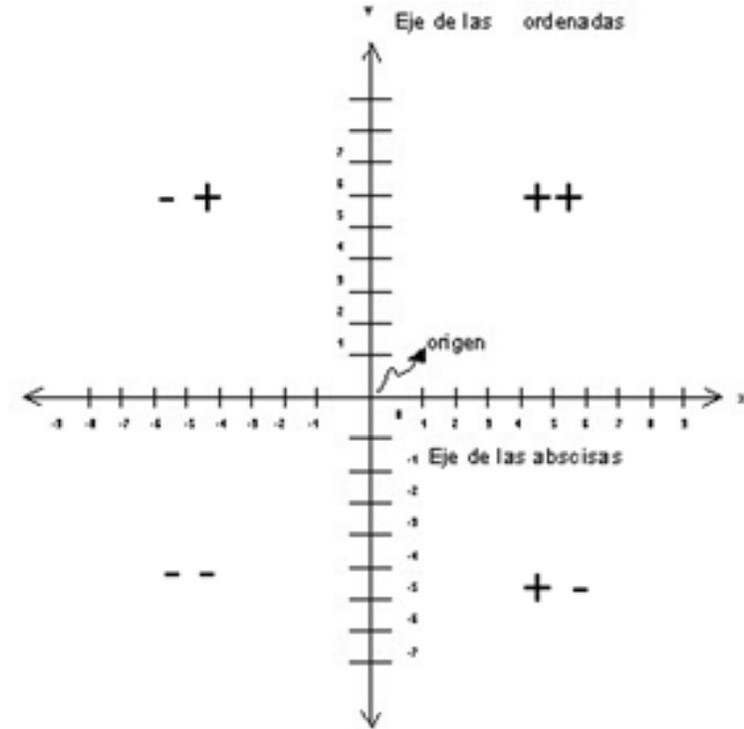
Polinomio:

$$15x^3 + 3z$$

$$324r^2 - 12y + 20 * 3x$$

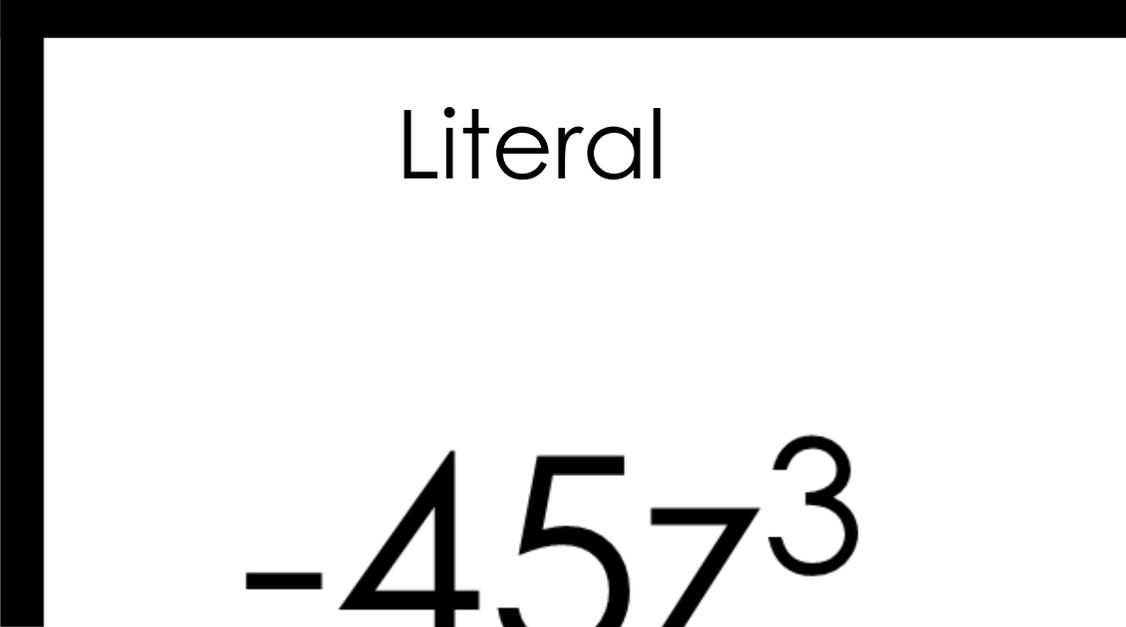

Signo

$$-45z^3$$



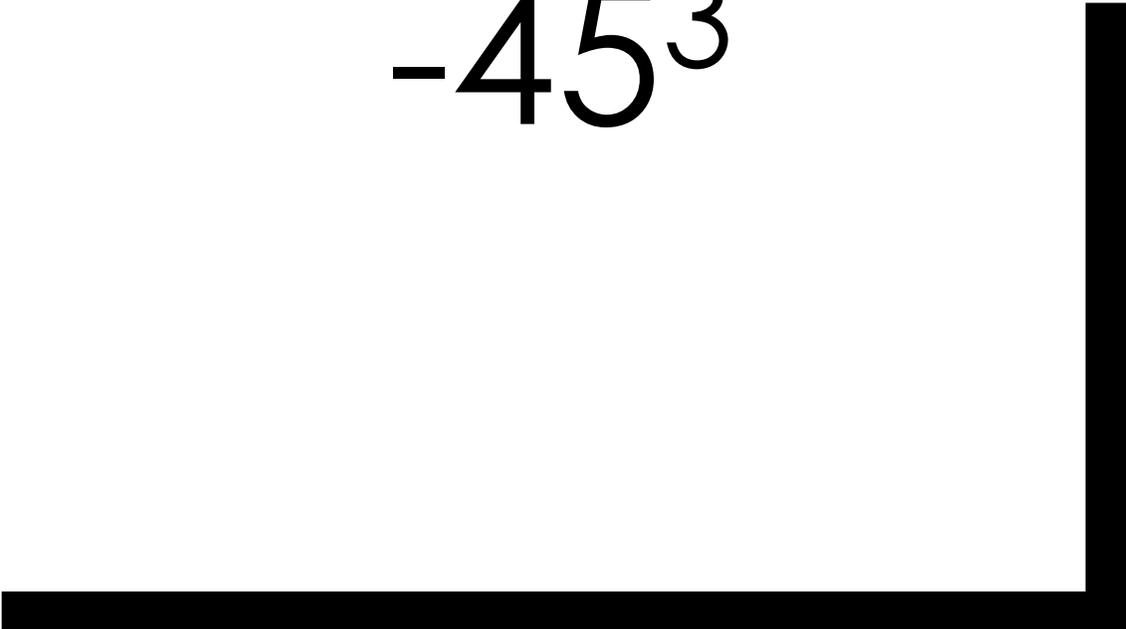
Coeficiente

$$-45z^3$$



Literal

$$-45z^3$$


$$-45^3$$

Exponente

$$-45z^3$$

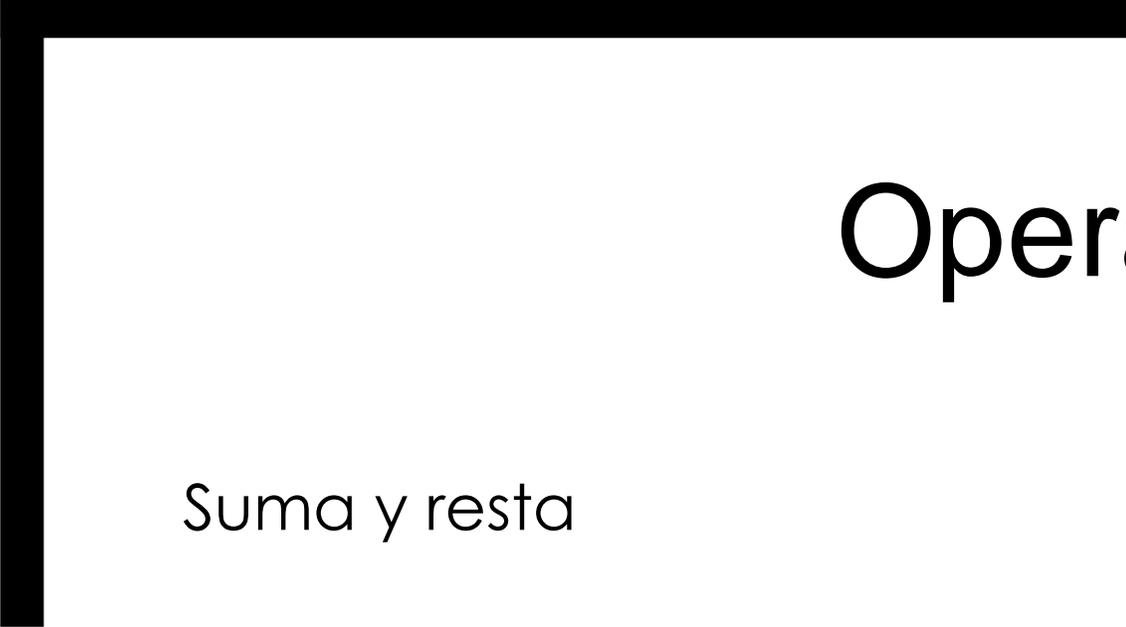
$$-45z$$

$$-45z^0 = 0$$

Reducción de términos semejantes

$$324x^2+30r-15x^2+53r^2+76x$$

1. Identificar
2. Simplificar



Operaciones

Suma y resta

Multiplicación

División

Potencia / raíz





Productos notables

Binomio al cuadrado

$$(a \pm b)^2$$

$$(3x + 4b)^2$$

$$(2y^2 + 3z)^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2$$

Binomios conjugados

$$(a + b) (a - b)$$

$$(3x + 5) (3x - 5)$$

$$a^2 - b^2$$

Binomio con término común

$$(a \pm b) (a \pm c)$$

$$(5x + 3a) (5x - 10b)$$

$$a^2 + ab + ac + bc$$

Binomio al cubo

$$(a \pm b)^3$$

$$(2x - 3y)^3$$

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$



Factorización

Trinomio cuadrado perfecto

$$ax^2 \pm xb + c$$

$$x^2 + 18x + 81$$

$$a^2x^2 \pm 2abx + b^2$$

$$(a \pm b)^2$$

Factor común

$$ax + ab$$

$$2x^4 + 4x^2$$

$$a(x + b)$$

Diferencia de cuadrados

$$a^2 - b^2$$

$$4x^2 - 121$$

$$(a + b) (a - b)$$



Ecuaciones

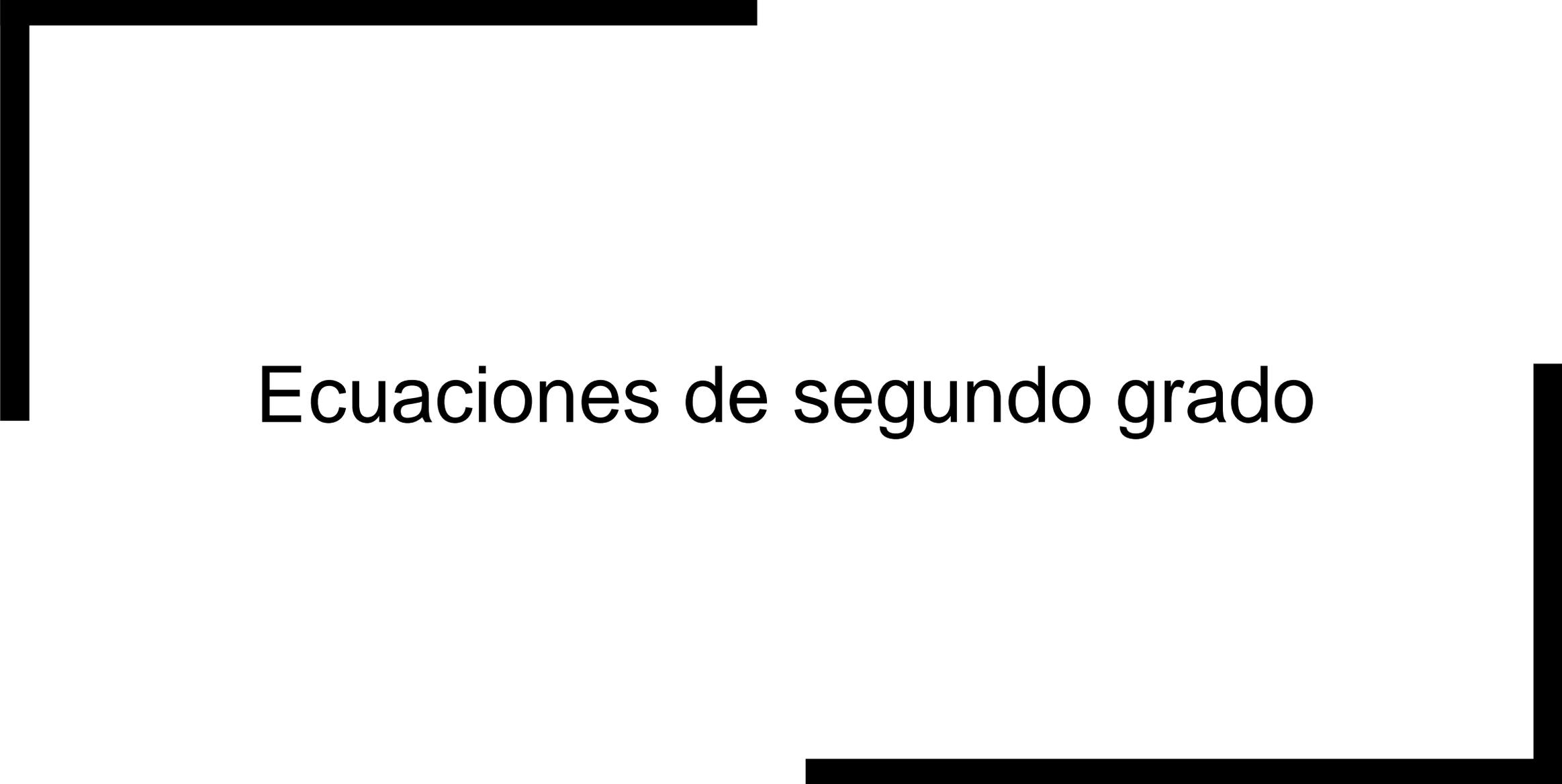
Una igualdad se compone de dos expresiones unidas por el signo igual.

$$x + 1 = 2$$

$$2x + 1 = 2 \cdot (x + 1)$$

Ecuación de primer grado

$$24x - 30x - 6 + 12x = 81 - 9x - 54$$

The image features a white background with a large, black, L-shaped graphic element. This element consists of a vertical line on the left side and a horizontal line at the top, forming an open corner in the upper-left quadrant. A second, similar L-shaped element is located in the lower-right quadrant, consisting of a horizontal line and a vertical line. The text 'Ecuaciones de segundo grado' is centered between these two L-shaped elements.

Ecuaciones de segundo grado

Ecuación pura

$$ax^2 + c$$

$$x^2 - 81 = 0$$

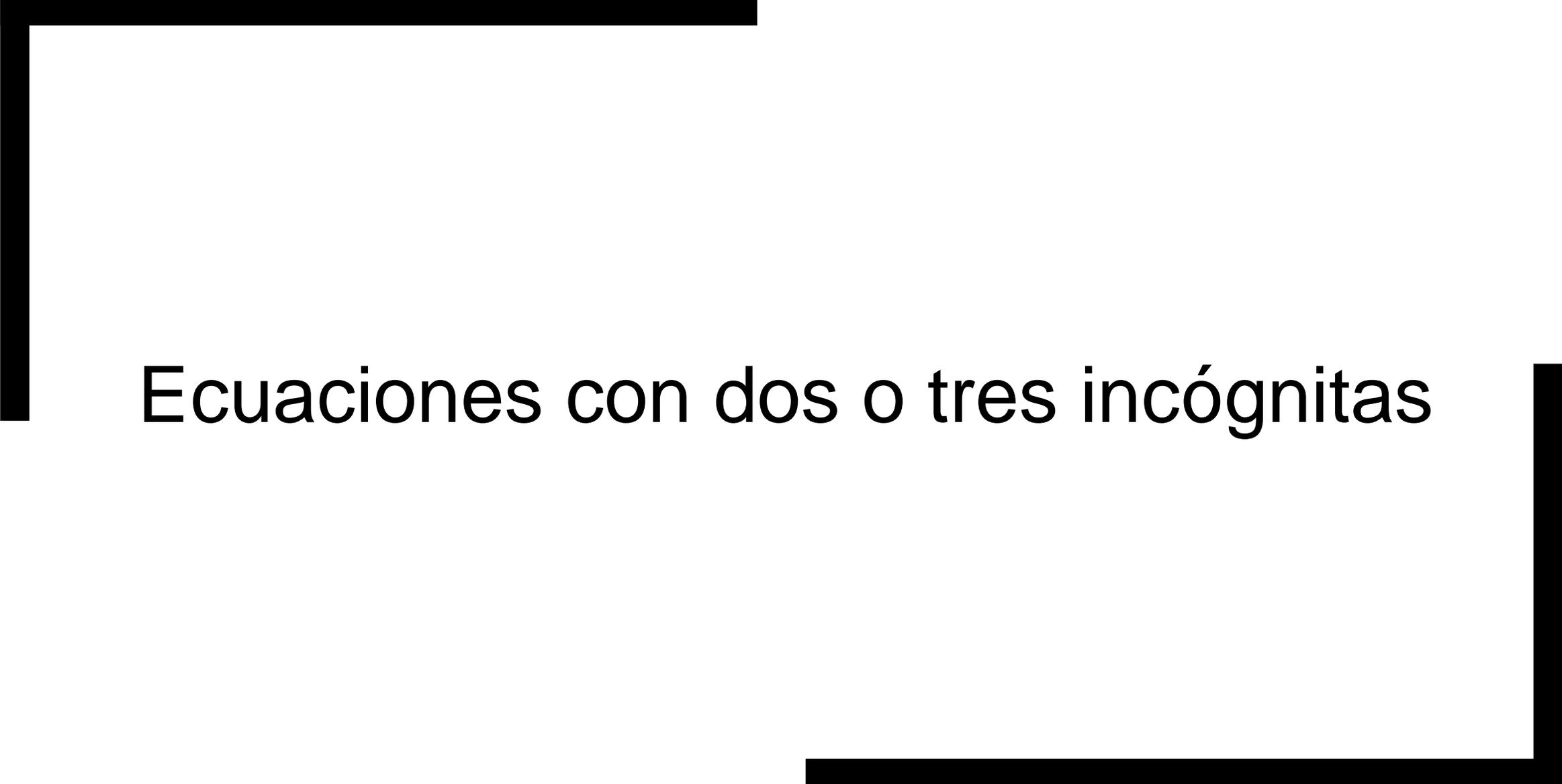
$$25x^2 - 36 = 0$$

Ecuaciones de la forma $ax^2 + bx$

$$6x^2 + 4x$$

Trinomio de la forma: $ax^2 + bx + c = 0$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

The image features a white background with a large, black, L-shaped graphic element. This element consists of a vertical line on the left side and a horizontal line at the top, forming an open corner that frames the text. The text is centered within this frame.

Ecuaciones con dos o tres incógnitas

Ecuaciones con dos incógnitas con método de igualación

Si se suma 7 al numerador y al denominador de una determinada fracción, se obtiene la fracción

$$\frac{2}{3}$$

Si en vez de sumar 7 se resta 3 al numerador y al denominador, se obtiene la fracción

$$\frac{1}{4}$$

Encontrar dicha fracción.

En un examen tipo test, las preguntas correctas suman un punto y las incorrectas restan medio punto. En total hay 100 preguntas y no se admiten respuestas en blanco (hay que contestar todas). La nota de un alumno es 8.05 sobre 10. Calcular el número de preguntas que contestó correcta e incorrectamente.

Ecuaciones con tres incógnitas

Un cliente de un supermercado ha pagado un total de 156 € por 24 l de leche, 6 kg de jamón serrano y 12 l de aceite de oliva. Calcular el precio de cada artículo, sabiendo que 1 l de aceite cuesta el triple que 1 l de leche y que 1 kg de jamón cuesta igual que 4 l de aceite más 4 l de leche.

Probabilidad y estadística



Universidad Juárez
del Estado de Durango





Medidas descriptivas

Media (media aritmética/ promedio)

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \dots x_n}{n}$$

A un conjunto de 5 números cuya media es 7.31 se le añaden los números 4.47 y 10.15. ¿Cuál es la **media** del nuevo conjunto de números?

Mediana

Altura	Nº de jugadores
[1.70, 1.75)	1
[1.75, 1.80)	3
[1.80, 1.85)	4
[1.85, 1.90)	8
[1.90, 1.95)	5
[1.95, 2.00)	2

Moda

En un grupo, las calificaciones del examen de inglés, resultaron 10, 8, 7, 10, 9, 9, 7, 6, 8, 10, 9, 10, 8, 6, 10, 5, 8, 9, 7, 10, 10, 7, 8, 6, 9, 9, 9, 10, 9, 8, 7, 9. ¿Qué calificación fue la más frecuente?

Varianza

$$\sigma^2 = \frac{(X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + \dots + (X_n - \bar{X})^2}{N}$$

Hallar **la varianza** de la series de números siguientes:

12, 6, 7, 3, 15, 10, 18, 5

Desviación media

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{N}}$$

Hallar la **desviación media** de la series de números siguientes:

12, 6, 7, 3, 15, 10, 18, 5



Medidas de posición

Cuartiles

$$Q_k = k (n/4)$$

2; 5; 9; 3; 13; 10; 11; 6; 7

Nota: $Q_2 = \text{mediana}$

Deciles

$$(k * n) / 10$$

Calcular los deciles 2 y 7 de la siguiente serie de números: 3, 5, 2, 7, 6, 4, 9.

Nota: $D_5 = \text{mediana}$

Percentiles

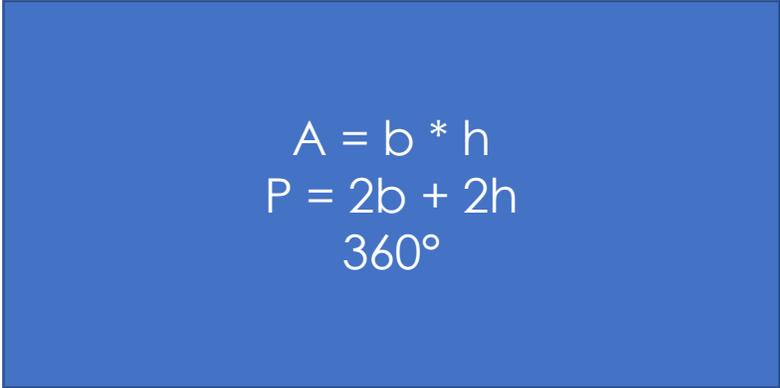
$$(k * n) / 100$$

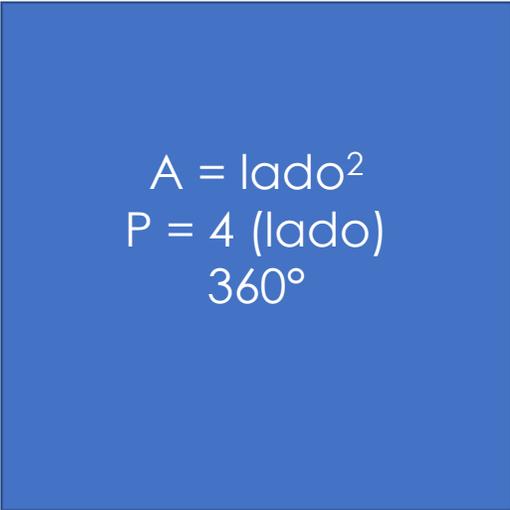
Calcular los percentiles 35 y 85 de la siguiente serie de números: 3, 5, 2, 7, 6, 4, 9.

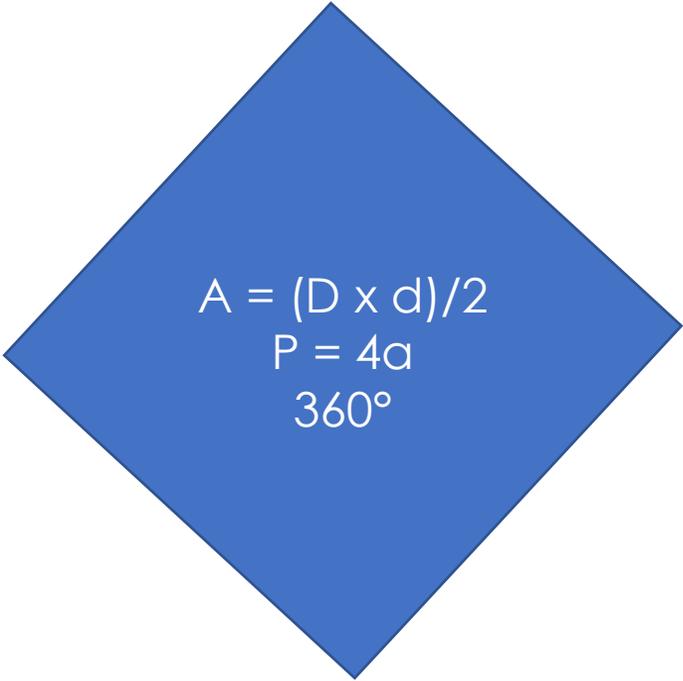
Nota: P_{50} = mediana

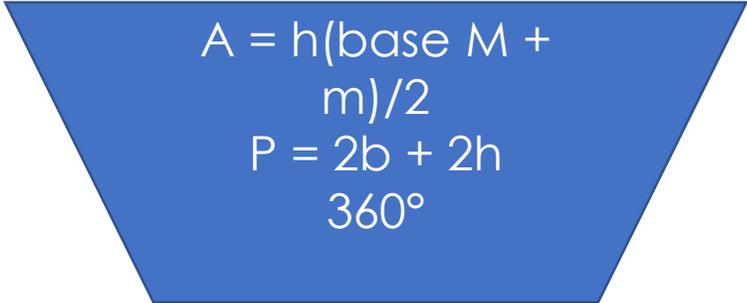


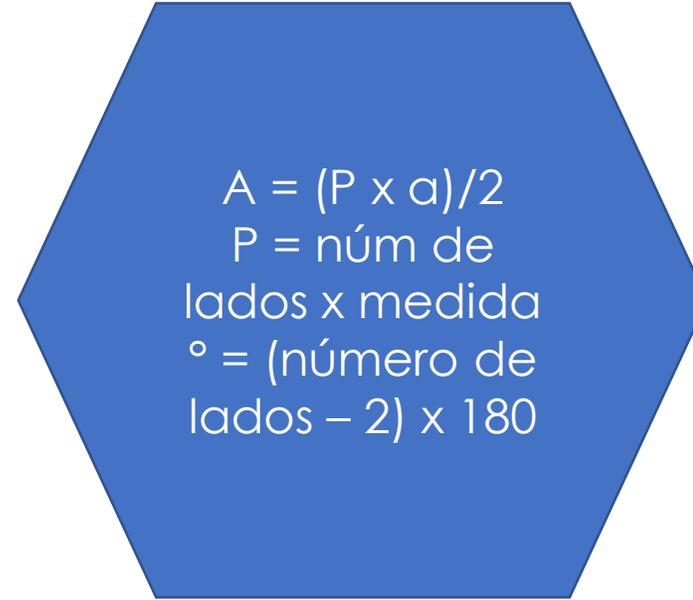
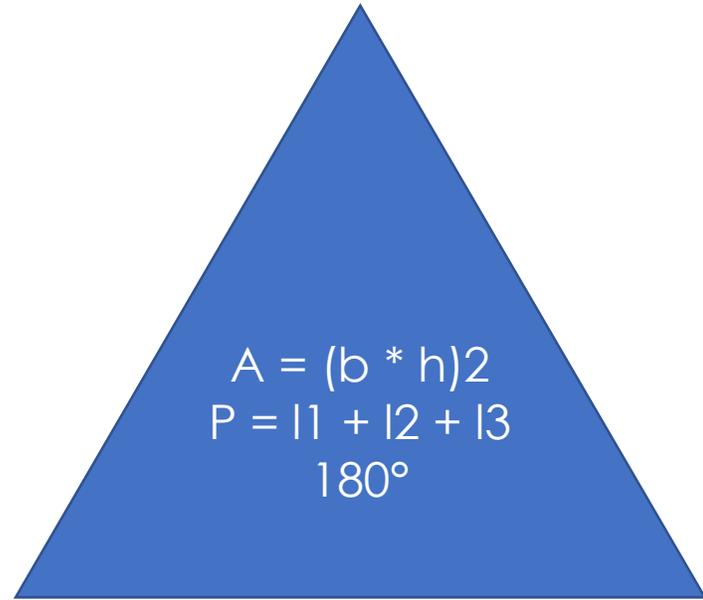
Figuras geométricas


$$A = b * h$$
$$P = 2b + 2h$$
$$360^\circ$$


$$A = \text{lado}^2$$
$$P = 4 (\text{lado})$$
$$360^\circ$$


$$A = (D \times d)/2$$
$$P = 4a$$
$$360^\circ$$


$$A = h(\text{base } M + m)/2$$
$$P = 2b + 2h$$
$$360^\circ$$



Cómo multiplicar raíces cuadradas

$$\sqrt{15} \times \sqrt{5}$$

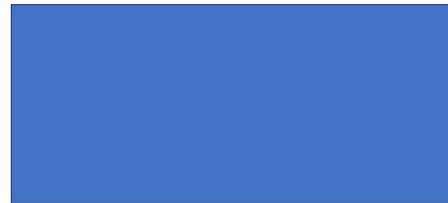
$$3\sqrt{2} \times 2\sqrt{6} =$$

$$\sqrt{75} = \sqrt{(25 \times 3)}$$

Proporcionalidad en figuras geométricas

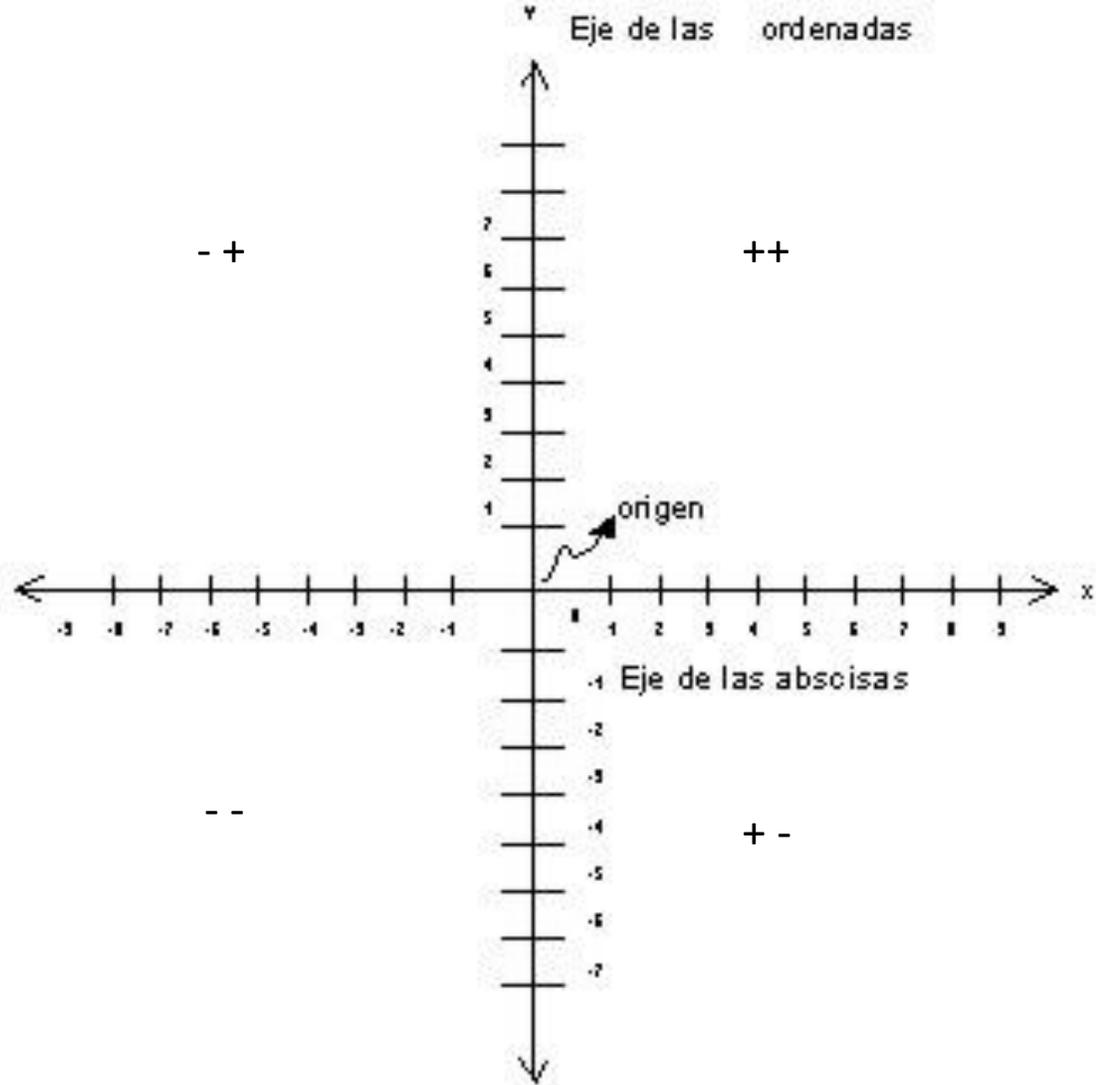
Perímetro: aumenta o disminuye igual

Área: aumenta el número de veces al cuadrado,
Y disminuye inversamente al aumento.





Plano Cartesiano



Punto

Línea / recta

Función:

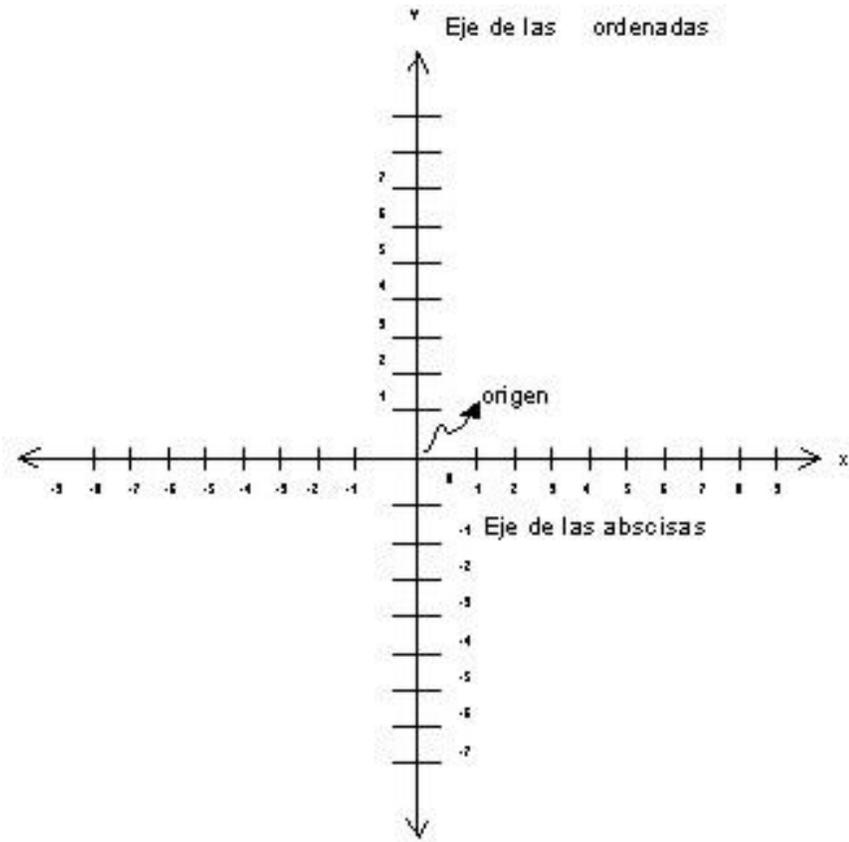
X	Y
-2	
-1	
0	
1	
2	

Punto medio

$$X_m = (x_1 + x_2) / 2,$$

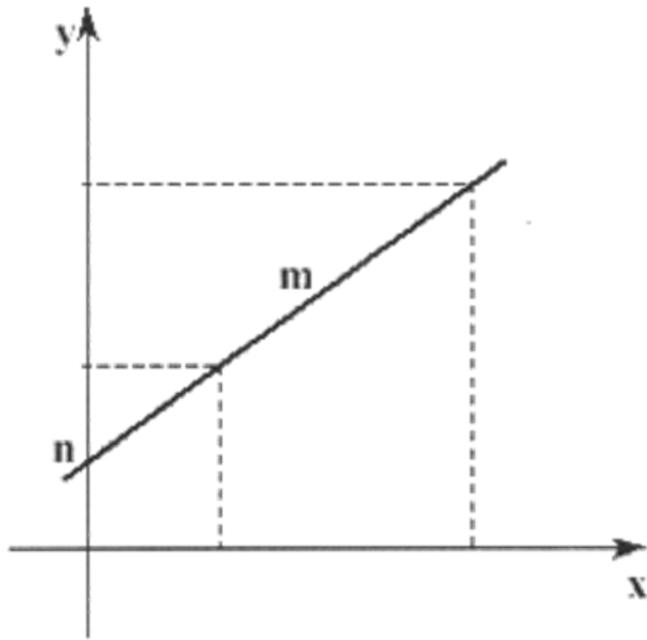
$$Y_m = (y_1 + y_2) / 2$$

Distancia entre dos puntos



$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

Pendiente de una recta



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$>0 = +$

$<0 = -$

$0 = 180^\circ$



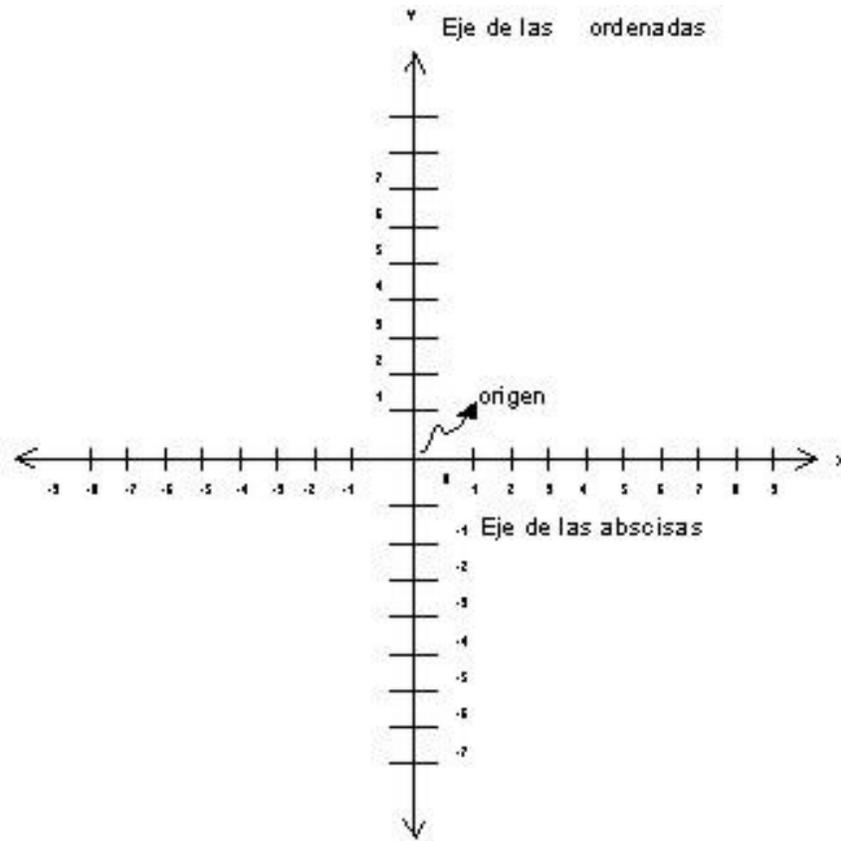
Ecuación de la recta

Ecuación general de la recta

$$Ax + By + C = 0$$

$$m = -A/B$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

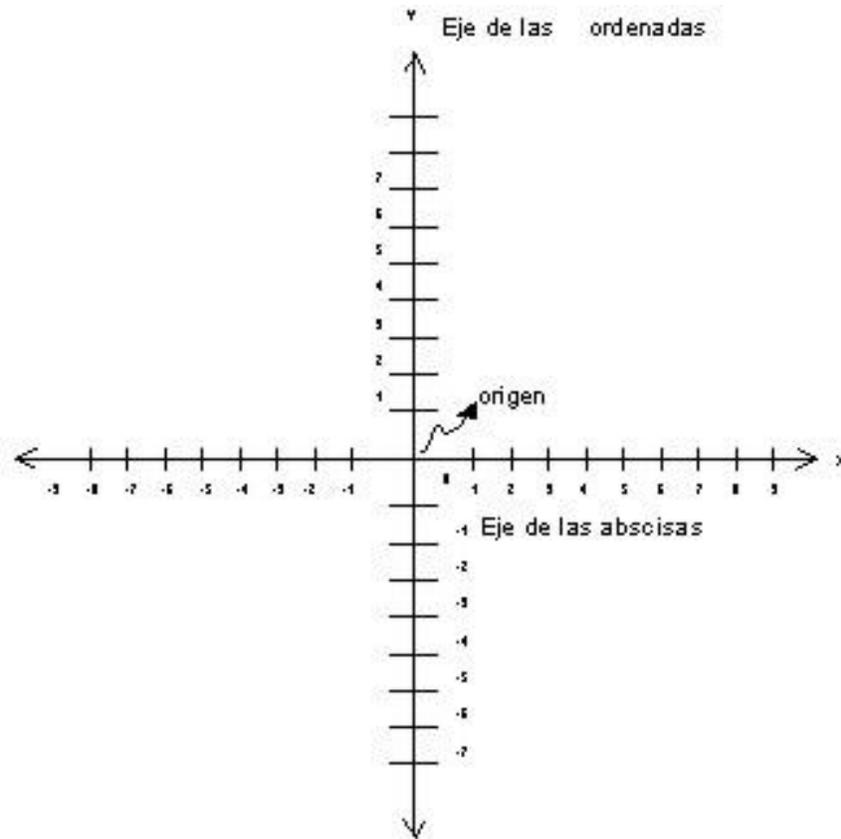


Ecuación de la recta que pasa por dos puntos

$$Ax + By + C = 0$$

$$m = -A/B = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$$

$$y - y_1 = m (x - x_1)$$



Ecuación de la recta que pasa solo por un punto conocido

$$Ax + By + C = 0$$

$$m = -A/B = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$$

$$y - y_1 = m (x - x_1)$$

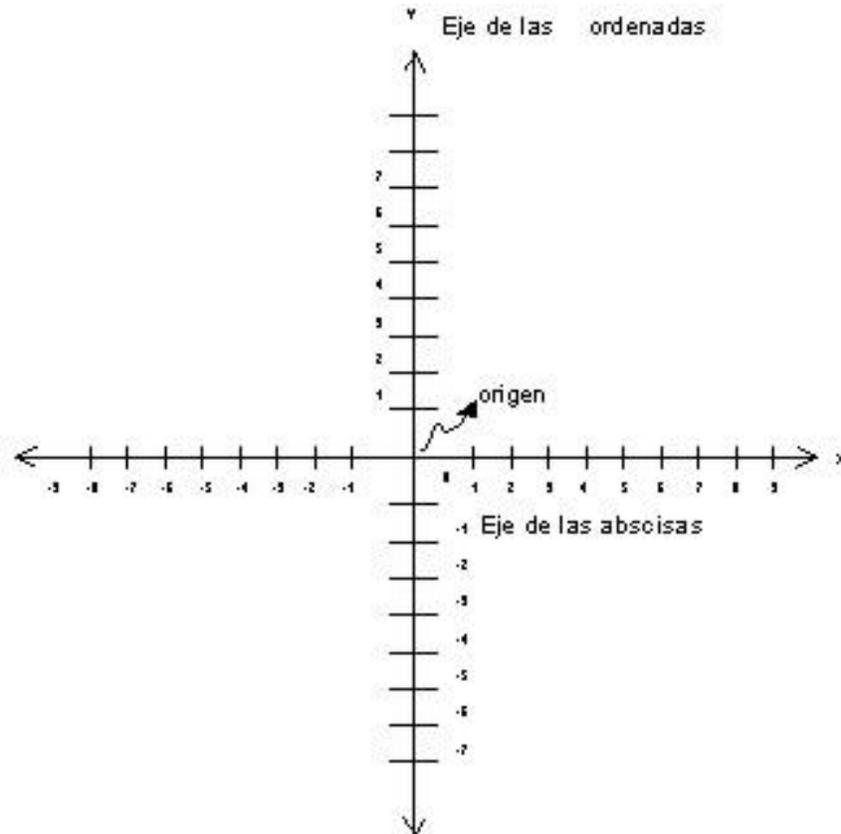


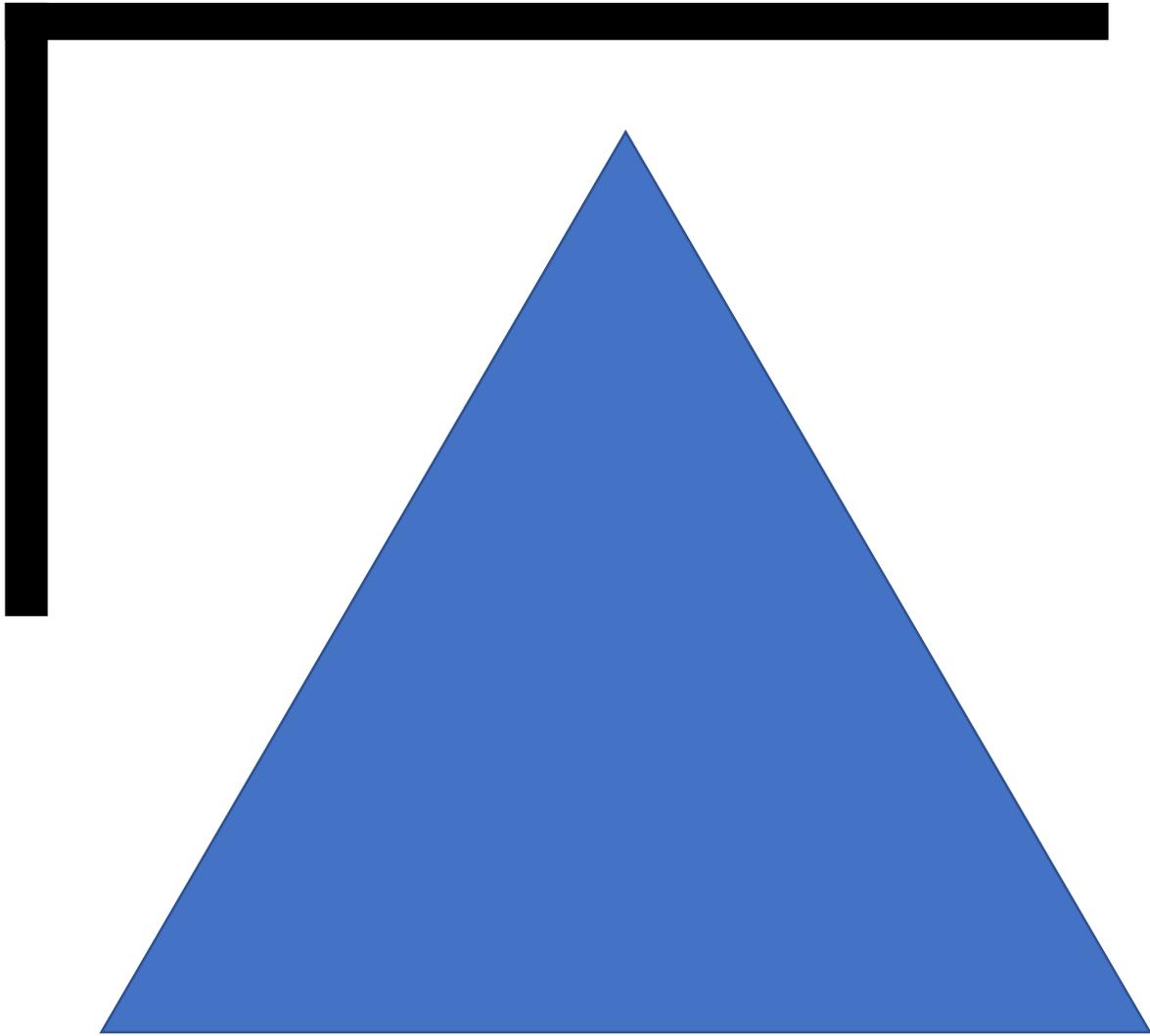
Diagrama de Venn

A la entrada de la escuela, se les aplicó a 156 niños una encuesta respecto a sus juguetes favoritos. La encuesta arrojó los siguientes resultados:

- A 52 niños les gustaba el balón; a 63 les gustaban los carritos; a 87 les gustaban los videojuegos.
 - Además algunos de ellos coinciden en que les gustaba más de un juguete: 26 juegan con el balón y carritos; 37 juegan con carritos y videojuegos; 23 juegan con el balón y los videojuegos; por último 7 expresaron su gusto por los tres.
- a) ¿A cuántos niños les gusta otro juguete no mencionado en la encuesta?
 - b) ¿A cuántos niños les gusta solamente jugar con los videojuegos?
 - c) ¿A cuántos niños les gusta solamente jugar con el balón?



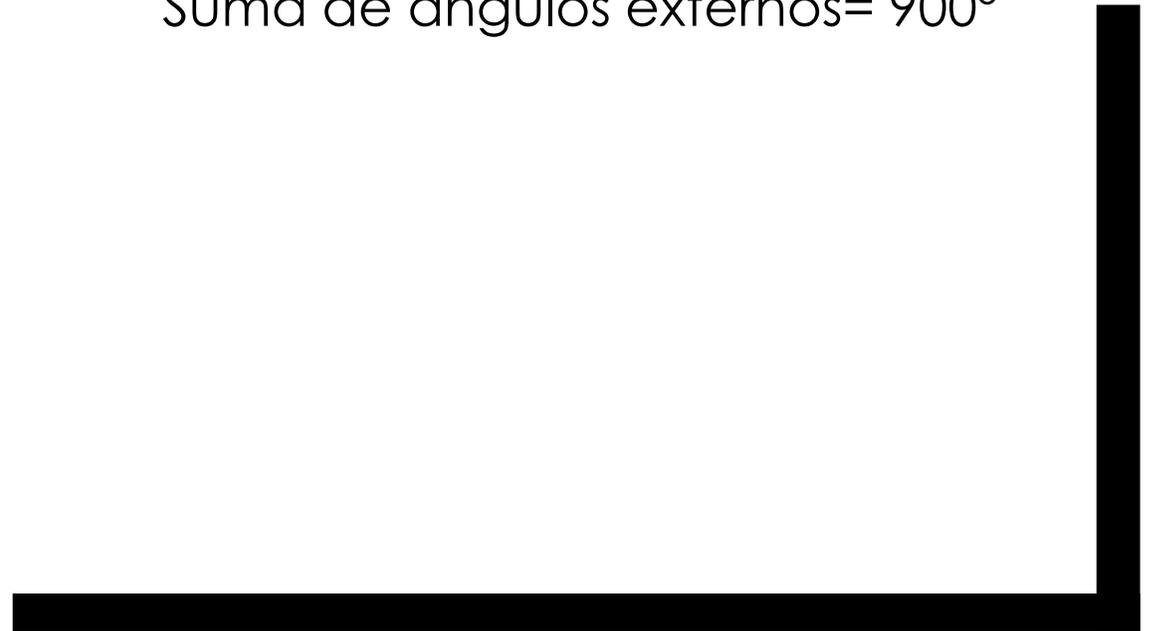
Razonamiento trigonométrico



$$L1 + L2 > L3$$

Suma de ángulos internos = 180°

Suma de ángulos externos = 900°



Seno

Cateto opuesto/ hipotenusa

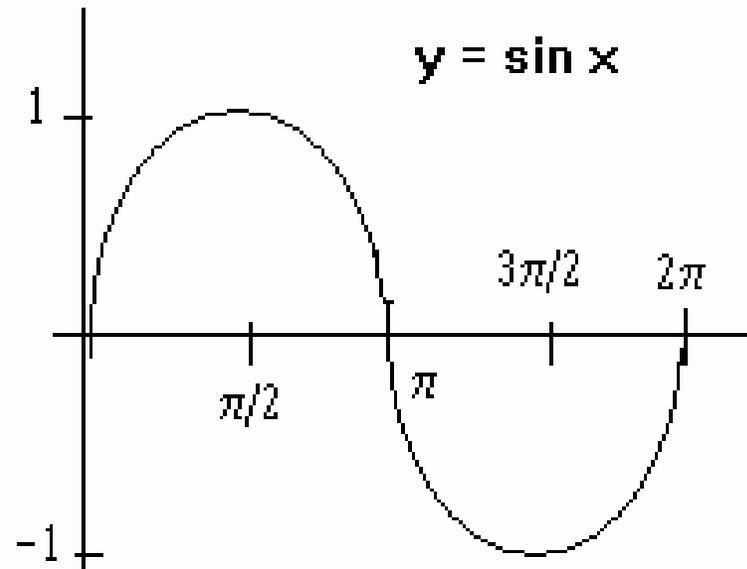
$$\sin(0^\circ) = 0$$

$$\sin(30^\circ) = 0.5$$

$$\sin(45^\circ) = 0.707107$$

$$\sin(60^\circ) = 0.866025$$

$$\sin(90^\circ) = 1$$



Coseno

Cateto adyacente/ hipotenusa

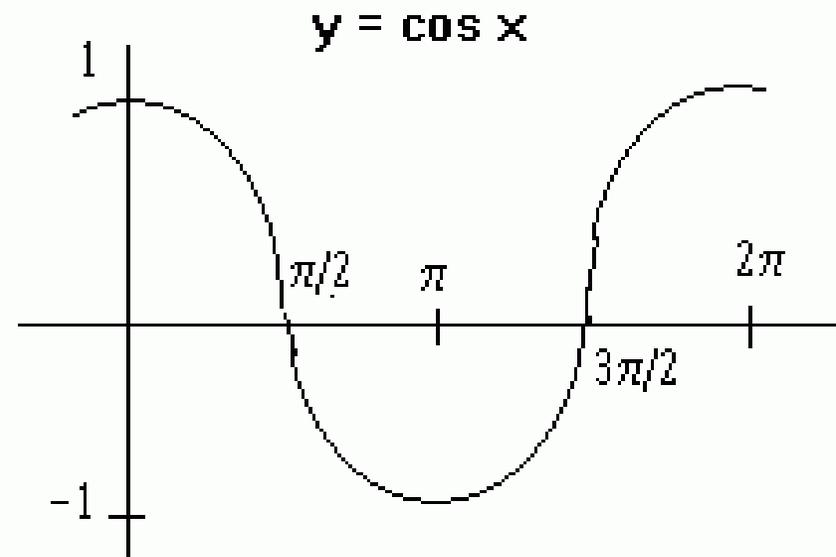
$$\cos(0^\circ) = 1$$

$$\cos(30^\circ) = 0.866025$$

$$\cos(45^\circ) = 0.707107$$

$$\cos(60^\circ) = 0.5$$

$$\cos(90^\circ) = 0$$



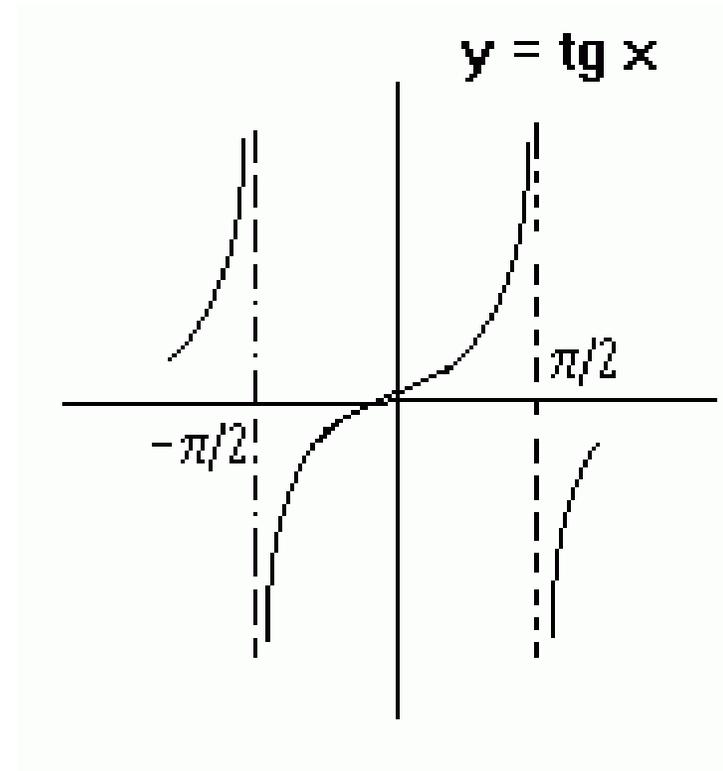
Tangente

Cateto opuesto/ cateto adyacente

$$\text{tg}(30^\circ) = 0.57735$$

$$\text{tg}(45^\circ) = 1$$

$$\text{tg}(60^\circ) = 1.73205$$

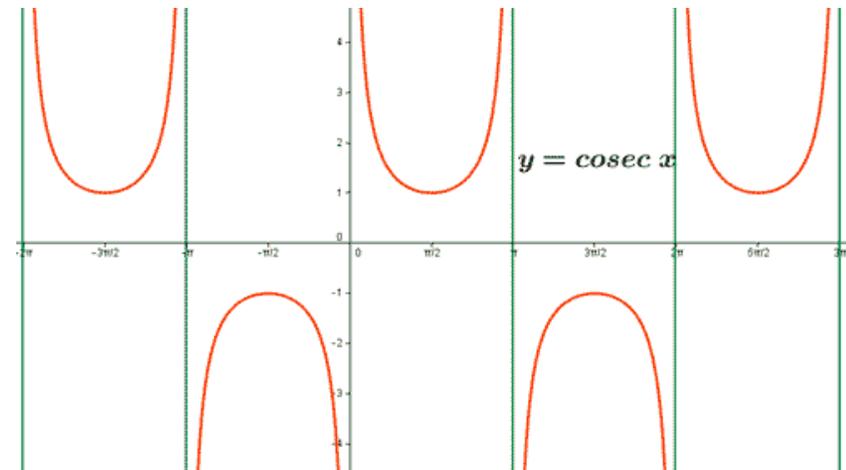


Cosecante

Inversa de seno

Hipotenusa / Cateto Opuesto

$1 / \text{seno}$

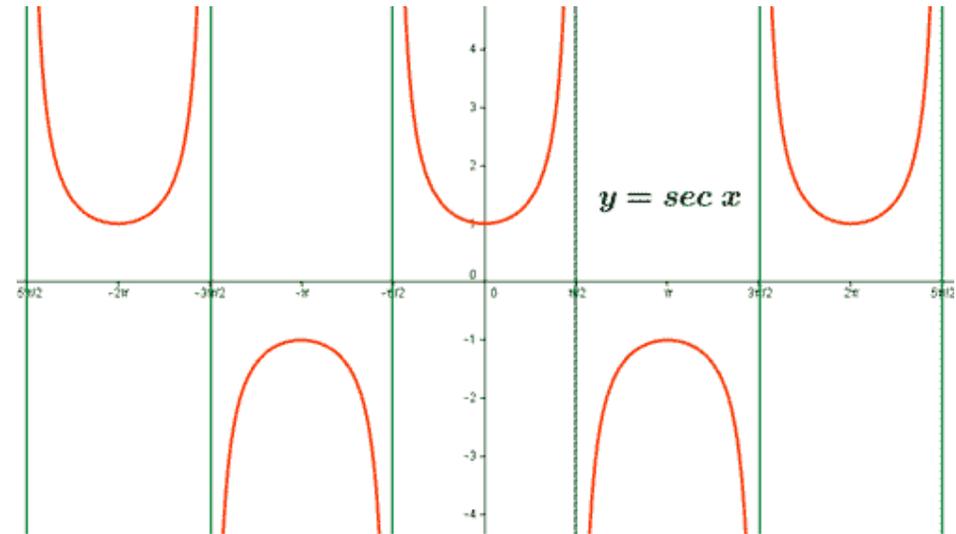


Secante

Inversa de coseno

Hipotenusa / Cateto Adyacente

$1 / \text{coseno}$

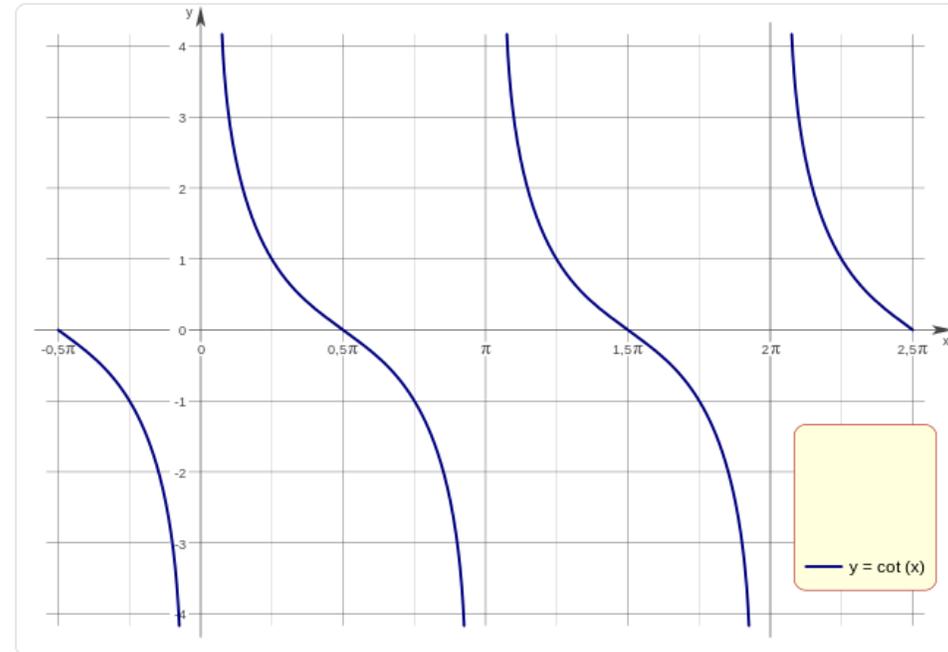


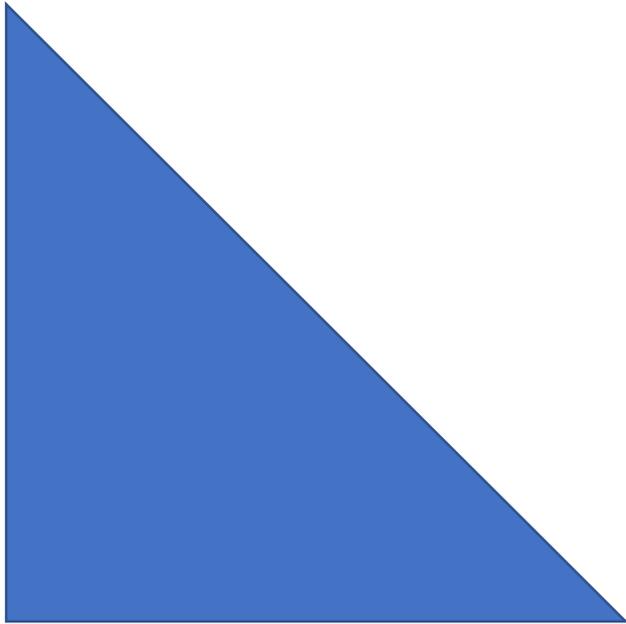
Cotangente

Inversa de tangente

Cateto Adyacente / Cateto Opuesto

1 / tangente





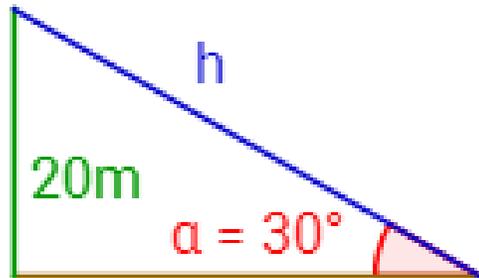
$$a^2 = b^2 + c^2 \longrightarrow a = \sqrt{b^2 + c^2}$$

$$b^2 = a^2 - c^2 \longrightarrow b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

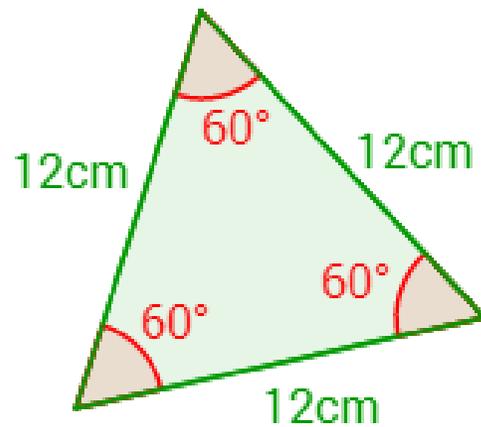
$$c^2 = a^2 - b^2 \longrightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2}$$



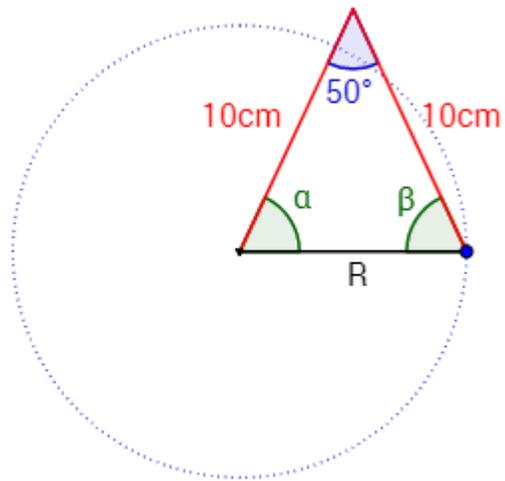
Se desea sujetar un poste de 20 metros de altura con un cable que parte de la parte superior del mismo hasta el suelo de modo que forme un ángulo de 30° .



Calcular cuánto mide la mediana de un triángulo equilátero (los tres ángulos son de 60 grados) cuyos lados miden 12cm.



Calcular el radio de la circunferencia que se obtiene al utilizar un compás cuyos brazos miden 10cm si éstos forman un ángulo de 50° .



Calcular la altura de la torre de refrigeración de una central nuclear si se sabe que su sombra mide 271 metros cuando los rayos solares forman un ángulo de 30°

